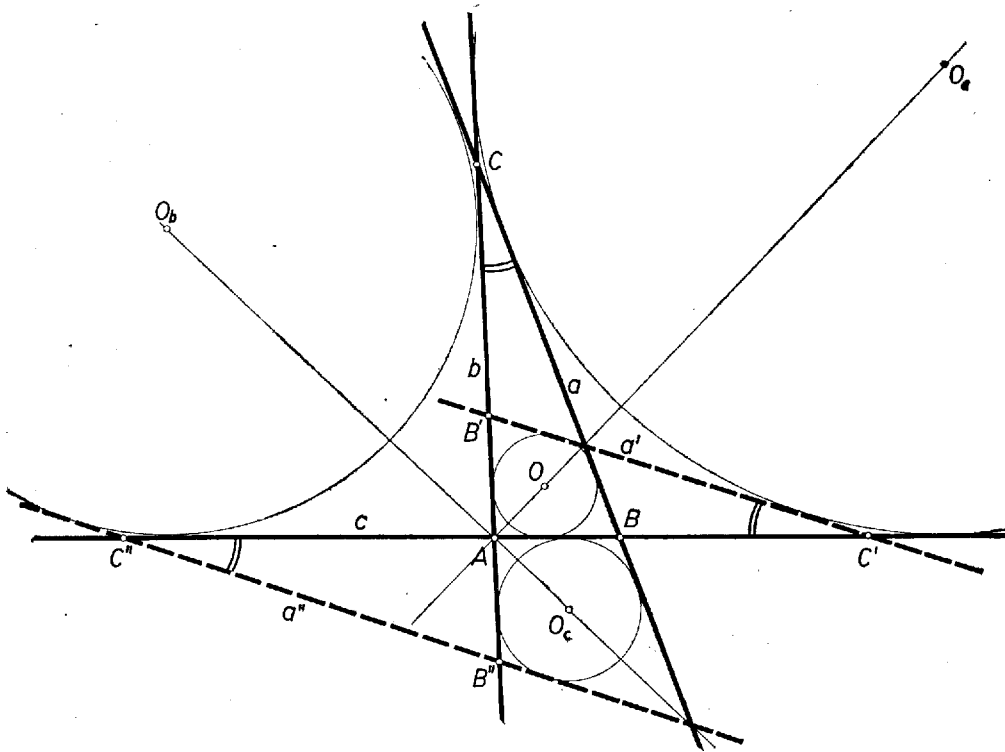


I. megoldás. Az ABC háromszög a oldalegyenese a beírt és az O_a középpontú hozzáírt kör egyik közös belső érintője. Jelöljük e két kör másik közös belső érintőjét a' -vel. Az a egyenes érinti a másik két hozzáírt kört is, mint e körök közös külső érintője. Jelöljük ennek a két körnek a másik közös külső érintőjét a'' -vel. Bebizonyítjuk, hogy $a' \parallel a''$.



Két kör együttesen tükrös a középpontjukon át húzott egyenesre, a két kör úgynevezett centrálisára. Ebből következik, hogy két kör közös belső érintői, és ugyanúgy közös külső érintői is tükrösök a két kör centrálisára. Így pl. a' az a oldal tükörképe az OO_a centrálisra vonatkozóan, a -nak az O_bO_c centrálisra vonatkozó tükörképe pedig a'' . Eszerint az a' egyenest két különböző tengelyre vonatkozó egymás utáni tükrözés átviszi az a'' egyenesbe. Tudjuk viszont, hogy két egymást metsző egyenesre való tükrözés együttesen egy olyan elforgatást eredményez, amelynek a szöge a tükrötengelyek egymással alkotott szögének kétszerese, és a forgatás középpontja a két tengely metszéspontja. Az egyik tükrötengely OO_a , a b és c egyenesek egyik szögfelezője, a másik O_bO_c , ugyanennek az egyenespárnak a másik szögfelezője. A két szögfelező, mint tudjuk, merőleges egymásra. Tehát az a' egyenest két egymásra merőleges egyenesre való tükrözés, vagyis az A pont körüli 180° -os elforgatás viszi át az a'' egyenesbe, és így csakugyan $a' \parallel a''$.

Hasonló jelöléssel és gondolatmenettel következik az is, hogy $b' \parallel b''$ és $c' \parallel c''$.

II. megoldás. Az előző megoldás jelöléseit használjuk. Jelöljük továbbá a' és b metszéspontját B' -vel, a' és c metszéspontját C' -vel, a'' és b , ill. a'' és c metszéspontját B'' -vel, ill. C'' -vel. A szimmetria miatt $BC'CB'$ egyenlő szárú trapéz, tehát húrnégyszög, és így $\angle BC'B' = \angle BCB'$. Ugyanezt mondhatjuk a $BCC''B''$ négyszögről is. Ennélfogva $\angle BCB'' = \angle BC''B''$. Ezek szerint $\angle BC'B' = \angle BC''B''$, és így $a' \parallel a''$.