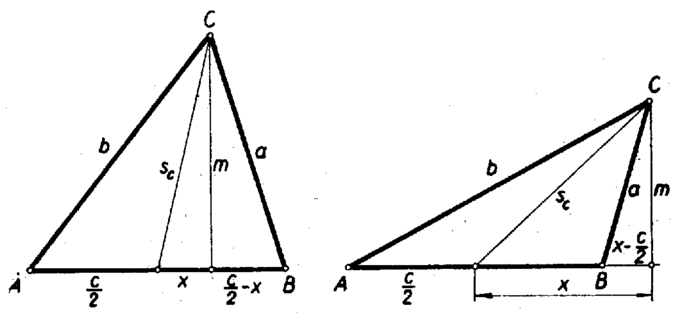
Megoldás: Megmutatjuk, hogy a feltételnek megfelelő háromszögek C-ből induló súlyvonalai egyenlők. Legyen az AB oldal hossza c, és a C pont AB-n levő merőleges vetületének távolsága AB felezőpontjától x (4. ábra).



4. ábra

Ekkor Pythagoras tétele szerint

$$a^2 = \left(\frac{c}{2} - x\right)^2 + m^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 - cx + x^2 + m^2,$$
$$b^2 = \left(\frac{c}{2} + x\right)^2 + m^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + cx + x^2 + m^2,$$

és

$$m^2 + x^2 = s_c^2.$$

Így

$$d^2 = a^2 + b^2 = 2\left(\frac{c}{2}\right)^2 + 2(x^2 + m^2) = 2\left(\frac{c}{2}\right)^2 + 2s_c^2,$$

vagyis

$$s_c^2 = \frac{d^2}{2} - \left(\frac{c}{2}\right)^2.$$

Ennek az értéknek pozitívnak kell lennie, különben nem lehetséges olyan háromszög, amely kielégíti a feladat feltételeit. Mivel itt d és c adott, azért s_c hossza független a C pont helyzetétől. Az összes megfelelő pontok tehát rajta vannak az AB szakasz felezőpontja körül

$$r = \sqrt{\frac{d^2}{2} - \left(\frac{c}{2}\right)^2}$$

sugárral rajzolt körön.

Legyen fordítva C' egy tetszés szerinti pont ezen a körön, távolsága A-tól, illetőleg B-től b', ill. a'. Ekkor az ABC' háromszög C'-ből kiinduló súlyvonala r, s így a fenti képlet szerint

$$\frac{d^2}{2} - \left(\frac{c}{2}\right)^2 = r^2 = \frac{{a'}^2 + {b'}^2}{2} - \left(\frac{c}{2}\right)^2$$

amiből következik, hogy

$${a'}^2 + {b'}^2 = d^2,$$

tehát a C' pont megfelel a mértani hely feltételeinek.

A keresett mértani hely tehát az AB szakasz felezőpontja körül r sugárral rajzolt kör.