

Legyen a két szomszédos páratlan szám $2k - 1$ és $2k + 1$, ekkor

$$(2k - 1)^2 + (2k + 1)^2 = \frac{n(n + 1)}{2}$$

azaz

$$16k^2 + 4 = n(n + 1).$$

Ezt 4-gyel szorozva, és 1-et hozzáadva

$$64k^2 + 17 = (2n + 1)^2$$

$(2n + 1)$ -et m -mel jelölve, innen

$$m^2 - 64k^2 = (m + 8k)(m - 8k) = 17.$$

Itt feltétel szerint m pozitív, tehát a bal oldal első tényezője is az, s így a másodiknak is annak kell lennie, és kisebbnek az első tényezőnél. Mivel 17 prímszám, az egyetlen lehetséges felbontás

$$m + 8k = 17, \quad m - 8k = 1, \quad \text{és így} \quad 16k = 17 - 1 = 16.$$

Innen

$$k = 1, \quad m = 2n + 1 = 9, \quad \text{azaz} \quad n = 4.$$

Valóban

$$1^2 + 3^2 = \frac{4 \cdot 5}{2}.$$