

**I. megoldás:** Jelöljük az  $AB$  távolságot  $a$ -val. Egy egyenletes sebességgel haladó vonat annyi óra alatt teszi meg ezt az utat, ahányszor az óránként megtett kilométerek száma megvan  $a$ -ban. Ha a vonat tényleges sebességét  $v$ -vel jelöljük (és a perceket átszámítjuk hatvanad órákká), akkor a feladat feltételei így írhatók:

$$(1) \quad \frac{a}{v-5} - \frac{a}{v} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}, \quad \frac{a}{v} - \frac{a}{v+5} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}.$$

Elosztva az egyenleteket  $a$ -val (ami nem lehet 0), és összevonva

$$\frac{5}{v(v-5)} = \frac{5}{12a}, \quad \frac{5}{v(v+5)} = \frac{1}{3a} = \frac{4}{12a}.$$

Az első egyenletet 4-gyel, a másodikat 5-tel szorozva a jobb oldalak egyenlők lesznek, tehát a bal oldalak is, és így azok reciprok értékei is:

$$\frac{1}{20}v(v-5) = \frac{1}{25}v(v+5).$$

Az egyenletet 100-zal szorozva, 0-ra redukálva, és  $v$ -t kiemelve kapjuk, hogy

$$v[5(v-5) - 4(v+5)] = v(v-45) = 0.$$

Miután a vonat eredetileg nem állt egy helyben, s így  $v = 0$  nem megoldása a feladatnak, azért csak egy megoldás lehetséges:

$$v = 45 \text{ km/óra.}$$

Ennek ismeretében bármelyik (1) alatti egyenletből a megtett távolságra ugyanaz az érték adódik:

$$a = 150 \text{ km.}$$

Így a kapott értékek valóban megoldását adják a feladatnak.

A fenti, meglehetősen gépies számítás egy látszólag másodfokú egyenletre vezetett, amelyet azonban egyszerűen meg lehetett oldani. Ha viszont formulák felírása előtt végiggondoljuk a feladat viszonyait, egyszerűbb egyenletet nyerhetünk.

Lényegében ezt a megoldást adta Békési József (Nagykanizsa, Irányi D. g.).

**II. megoldás:** Képzeljük el, hogy három vonat indul el egyszerre  $A$ -ból  $B$  felé három egymás melletti sínpáron. Az egyik a tényleg közlekedő vonat  $v$  sebességével, a másik  $v-5$ , a harmadik pedig  $v+5$  sebességgel, és ez a harmadik vonat  $B$ -n megállás nélkül áthaladva tovább folytatja útját. Mivel a második vonat ugyanannyival kevesebb utat tesz meg óránként az elsőnél, amennyivel többet tesz meg a harmadik, és a vonatok egyenletes sebességgel haladnak, azért az első vonat minden időpontban egyenlő távol van a másik két vonattól.

Mikor az első vonat  $B$ -be ér, a harmadik már 20 perce, vagyis  $\frac{1}{3}$  órája elhagyta  $B$ -t, és így onnan már  $\frac{1}{3}(v+5)$  távolságban van. A második vonatnak 25 percnyi, vagyis  $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$  órányi útja van hátra, tehát  $\frac{5}{12}(v-5)$  km-t kell még megtennie. Mivel az első vonat egyenlő távol van mindig a másik kettőtől, azért

$$\frac{1}{3}(v+5) = \frac{5}{12}(v-5).$$

Innen átrendevezve

$$v = 45 \text{ km/óra}$$

adódik.