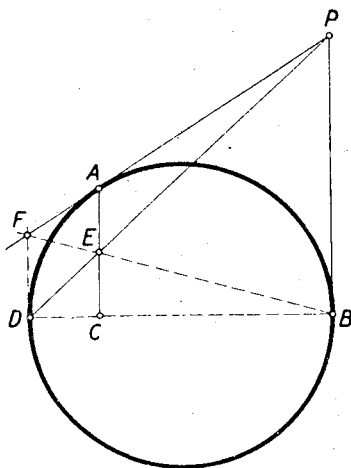


I. megoldás: Legyen AC és DP metszéspontja E , továbbá mossa a PA egyenes a kör D -ben húzott érintőjét F -ben (1. ábra).



1. ábra

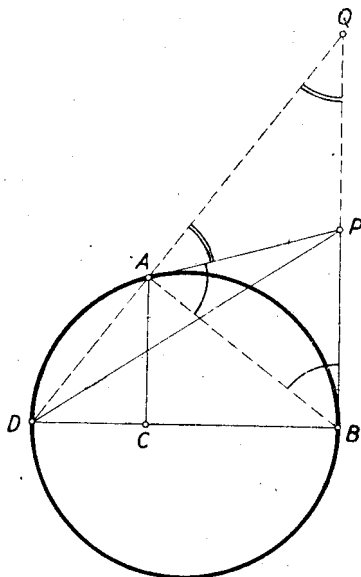
Bebizonyítjuk, hogy E a $BPFD$ trapéz átlóinak metszéspontja. Egyrészt

$$FD = FA \quad \text{és} \quad PA = PB,$$

mint egy pontból húzott érintők. Az átlók metszéspontja az átlókat a párhuzamos oldalak arányában osztja, ugyanúgy, mint A az FP szakaszt, tehát az A -t az átlók metszéspontjával összekötő egyenes párhuzamos a párhuzamos oldalakkal s így azonos az AC egyenessel.

Ismert tétel szerint¹ az átlók metszéspontja felezi a rajta át a párhuzamos oldalakkal párhuzamosan húzott szakaszt, s így a feladat állítását igazoltuk.

II. megoldás: Mese DA meghosszabbítása BP -t Q -ban (2. ábra).

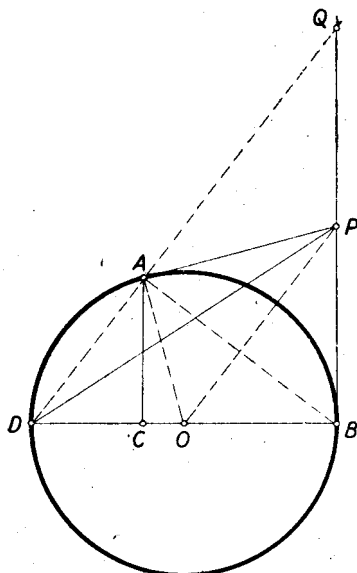


2. ábra

Mivel az ABP háromszög egyenlő szárú, így az ABQ derékszögű háromszögben a PAQ és PQA szögek egyenlő szögeket pótolnak 90° -ra vagyis az APQ háromszög is egyenlő szárú. Így $QP = PB$, tehát DP a BDQ háromszög súlyvonala, tehát felezi a BQ -val párhuzamos AC szakaszt is, és ez volt a bizonyítandó.

III. megoldás: Az AD egyenes párhuzamos a P pontot a kör O középpontjával összekötő egyenessel (3. ábra).

¹Matematika gimnáziumok II. osztálya számára. Tankönyvkiadó 1953. 30. old.



3. ábra

Ugyanis az AB egyenes merőleges AD -re. Thales tétele szerint, PQ -ra pedig azért, mert utóbbi szögfelezője, az előbbi pedig alapja az APB egyenlőszárú háromszögnek.

Mivel O felezi a BD szakaszt, ezért P is felezi a BP egyenesnek B -től az AD egyenessel való Q metszéspontjáig terjedő szakaszát. DP tehát súlyvonala a BDQ háromszögnek s így felezi a BQ -val párhuzamos AC szakaszt is. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.

Jegyzet: AD és PO párhuzamossága sok más úton is belátható, például így: az ADB kerületi szög fele az AOB középponti szögnek (3. ábra). Mivel a két szög B -n átmenő szárai egy egyenesbe esnek, így AD párhuzamos a középponti szög felezőjével, ez pedig a PO egyenes, mert a $PAOB$ négyszög deltoid.

Megjegyzés: Itt a leggyakoribb hiba az volt (mint az a bizonyítási feladatnál általában lenni szokott), hogy a bizonyítandó tétellel egyenértékű állítást használtak fel a versenyzők bizonyítás nélkül. Pl. az 1. ábrában *feltételezték*, hogy BE és FE szakaszok egy egyenesen vannak stb.