

I. megoldás: A gyökjel alatti kifejezések így alakíthatók át: $7 + \sqrt{24} = 6 + 2\sqrt{6} + 1 = (\sqrt{6} + 1)^2$, és hasonlóan $7 - \sqrt{24} = (\sqrt{6} - 1)^2$. Mivel $\sqrt{6} > 1$, így a gyökmennyiségek pozitív értékét véve

$$\sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 - \sqrt{24}} = (\sqrt{6} + 1) - (\sqrt{6} - 1) = 2.$$

ami valóban egész szám.

Célhoz érhetünk azonban a felhasznált átalakítás lehetőségének észrevétele nélkül is.

II. megoldás: A vizsgálandó érték pozitív. Számítsuk ki a négyzetét:

$$\left(\sqrt{7 + \sqrt{24}} - \sqrt{7 - \sqrt{24}}\right)^2 = 7 + \sqrt{24} - 2\sqrt{49 - 24} + 7 - \sqrt{24} = 14 - 2 \cdot 5 = 4.$$

Így a két gyök különbsége 2, ami valóban egész szám.

Jegyzet: Hasonlóan belátható, hogy ha $a > 0$ és $0 \leq b \leq a$, akkor

$$\left(\sqrt{a + \sqrt{b}} \pm \sqrt{a - \sqrt{b}}\right)^2 = 2a \pm 2\sqrt{a^2 - b}.$$

Megjegyzés: A legnagyobb hiba, amit a versenyzők egy része elkövetett az volt, hogy a négyzetgyökök értékét számította ki *közelítőleg tizedestörtekben*, és így vélte a kívánt igazolást szolgáltatni. – Igen sokan nem vették észre, hogy a vizsgálandó különbség pozitív, és értékének a »–2«-t is megadták.