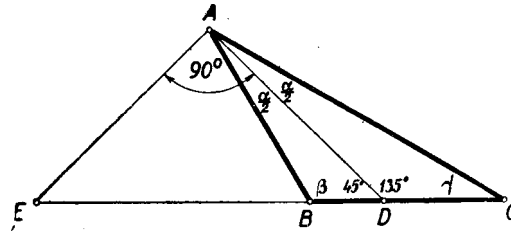


A betűzést az 1. ábra mutatja.



1. ábra

Mivel a feltétel szerint az ADE_{Δ} egyenlő szárú, a belső és külső szögfelező pedig egymással merőleges azért

$$ADB\angle = 45^{\circ},$$

és így

$$ADC\angle = 135^{\circ}.$$

Az ADC , ill ADB háromszögekre a külső és belső szögek közötti összefüggést felhasználva

$$(1) \quad \gamma + \frac{\alpha}{2} = 45^{\circ},$$

$$(2) \quad \gamma + \frac{\beta}{2} = 135^{\circ}.$$

(1) és (2)-ből következik, hogy

$$\beta = 135^{\circ} - \frac{\alpha}{2} = 135^{\circ} - (45^{\circ} - \gamma) = 90^{\circ} + \gamma,$$

és így

$$\alpha = 180^{\circ} - (\beta + \gamma) = 180^{\circ} - (90^{\circ} + 2\gamma) = 90^{\circ} - 2\gamma.$$

Tehát a háromszög szögeire fennáll,

$$(3) \quad \gamma < 45^{\circ}, \quad \beta = 90^{\circ} + \gamma, \quad \alpha = 90^{\circ} - 2\gamma.$$

Fordítva, ha a (3) alatti összefüggések teljesülnek, akkor α , β , γ mind pozitívok, és összegük 180° , és így szerkeszthető (pl. kiindulva egy tetszőleges 45° -nál kisebb γ szögből) olyan háromszög, amelynek ezek a szögei. Ebben a háromszögben teljesülnek az (1) a (2) alatti egyenlőségek, vagyis az ABC_{Δ} α szögének AD felezője a DB iránnyal

$$\frac{\alpha}{2} + \gamma = 45^{\circ}$$

nagyságú szöget zár be. Ha AE az α szög külső szögének a felezője akkor $EAD\angle = 90^{\circ}$, és így $AED\angle = 45^{\circ}$, vagyis ADE_{Δ} egyenlő szárú azaz

$$AD = AE.$$

Tehát a (3) alatti összefüggések teljesen jellemzik a feladat követelményeinek megfelelő háromszögeket.