

Az AMB és AMC háromszögekben az MA oldal közös, $MB = MC$, a közbezárt szögek közül $AMB = \omega$ hegyesszög, ezért AMC szög tompaszög, így $AB < AC$, másképpen

Legyen az i körív középpontja O . Ha az M metszéspont létrejön, akkor

Mivel ω hegyesszög, azért O az AB egyenesnek ugyanazon az oldalán van, mint i . Így a középponti és kerületi szögek közti összefüggés szerint $\angle POB = \omega$, tehát

Ezeket (3)-ba beírva (és a két oldalt felcserélve)

ugyanis

A nyert egyenlőtlenség (1) bal oldalának átrendezett alakja. Ennek teljesülnie kell, ha a háromszög szerkeszthető. Fordítva, ha a nyert egyenlőtlenség teljesül, akkor (3) is, de akkor a P -ben AP -re emelt merőleges előbb metszi i -t, mint k -t, viszont (2) folytán A és B , az i körív végpontjai, k belsejében vannak, tehát i -nek és k -nak van közös pontja.

Megjegyzés. C -t az M pont megszerkesztése nélkül is megkaphatjuk, ha ti. a PBM háromszögnek a B középpontból 2-szeresre nagyított képét szerkesztjük

II. megoldás. Húzzuk meg egy tetszés szerinti B^*C^* szakasz M^* felezőpontjából az M^*B^* -gal ω szöget bezáró félegyenest. Messe ezt a B^* és C^* alappontokhoz és a $c : b$ aránymutatóhoz tartozó Apollóniosz kör A^* -ban. Ekkor $A^*B^*C^*$ a keresetthez hasonló háromszög. A^* -tól B^* , ill. C^* felé felmérve az $A^*B = c$, ill. $A^*C = b$ szakaszt, az A^*BC háromszög nyilvánvalóan megfelelő.

Megmutatható, de elég sok számítást igényel, hogy a félegyenes és a kör közös pontja létezésének feltétele éppen az állításbeli (1).

Bodoky Andrea (Budapest, Teleki Blanka lg. IV. o. t.)