

I. megoldás. Legyen a társaság tagjainak száma n ; mivel társaságról van szó, $n \geq 2$. Ekkor a társaság egy tagjának 0, vagy 1, vagy $\dots$, vagy $n - 1$ ismerőse lehet jelen. Nem lehet azonban olyan is, akinek nincs ismerőse a társaságban, meg olyan is, akinek $n - 1$ ismerőse van, hiszen az utóbbinak a társaság minden tagja ismerőse, és ez legalább 1 ismerőst jelent, mert $n \geq 2$. Így, ha mindenki megmondja, hány ismerőse van jelen, akkor n ember legfeljebb $n - 1$ különböző számot mondhat, tehát legalább ketten ugyanazt a számot mondják, vagyis ugyanannyi ismerősük van jelen.

II. megoldás. Legyen a társaság n -tagú; $n \geq 2$, mert 1 embert nem mondunk társaságnak. Ekkor egy embernek 0, vagy 1, vagy $\dots$, vagy $n - 1$ ismerőse lehet jelen, ez összesen n lehetőség, tehát mindegyiknek elő kellene fordulnia, ha mindenkinek más-más számú ismerőse volna jelen. De ekkor a senkit sem ismerő távozásával senki ismerőseinek a száma nem változnék, tehát a visszamaradó $n - 1$ (legalább 1) ember közül is mindenkinek más-más számú ismerőse volna jelen. Ekkor azonban ezek közt is volna, akinek nincs jelen ismerőse. Mivel ennek az eltávozott sem ismerőse, tehát az eredeti társaságban legalább 2 embernek nem lett volna ismerőse, holott éppen azt tettük fel, hogy eredetileg mindenkinek más számú ismerőse volt jelen. Ez a feltevés tehát helytelen-nek bizonyult, s így a feladat állítása a helyes.