

I. megoldás: Jelöljük a keresett BC távolságot x -szel és legyen a személy-, teher- és gyorsvonat sebessége rendre c_1 , c_2 , ill. c_3 km/perc. A diák megfigyelése szerint

$$(1) \quad \frac{5}{c_1} + \frac{5}{c_2} = 15,$$

$$(2) \quad \frac{5}{c_2} + \frac{5}{c_3} = 11.$$

A $BC = x$ távolságot a személyvonat $\frac{x}{c_1}$ perc alatt teszi meg és ez alatt a tehervonat $\frac{10}{c_2}$ percig van úton B -től A -ig, és *utána* a gyors $\frac{10+x}{c_3}$ percig A -tól C -ig, tehát

$$(3) \quad \frac{x}{c_1} = \frac{10}{c_2} + \frac{10+x}{c_3}.$$

Tehát 3 egyenletünk van 4 ismeretlennel, vagyis nem határozhatók meg mind az ismeretlenek, de jelen esetben x meghatározható, csak c_1 , c_2 és c_3 marad határozatlan.

(1)-ből (2)-t kivonva

$$(4) \quad \frac{5}{c_1} - \frac{5}{c_3} = 4, \text{ amiből } \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3} = \frac{4}{5}.$$

(2)-ből

$$(5) \quad \frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} = \frac{11}{5},$$

(3)-ból

$$\frac{x}{c_1} - \frac{x}{c_3} = \frac{10}{c_2} + \frac{10}{c_3},$$

vagyis

$$x \left(\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_3} \right) = 10 \left(\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_3} \right).$$

(4) és (5) figyelembevételével

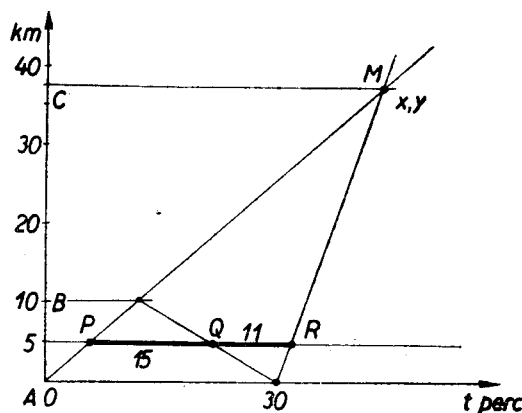
$$\frac{4}{5}x = 10 \cdot \frac{11}{5},$$

amiből

$$x = \frac{110}{4} = 27,5 \text{ km.}$$

II. megoldás: A diák megfigyelése szerint a személyvonat és a tehervonat egymásután $5 - 5$ km-t tesz meg összesen 15 perc alatt, míg a tehervonat és gyorsvonat ugyancsak $5 - 5$ km-t tesz meg egymásután összesen 11 perc alatt. Ebből következik, hogy a gyorsvonat 5 km-t 4 perccel rövidebb idő alatt tesz meg mint a személyvonat. A gyorsvonat az AB távolság F felező pontján $15 + 11 = 26$ perccel a személyvonat után halad át. Mivel 5 km-ként hoz be 4 perc időhátrányt, azért 26 perc időhátrányt $6,5 \cdot 5 \text{ km} = 32,5 \text{ km}$ után hoz be. Tehát $FC = 32,5 \text{ km}$ és így $BC = FC - FB = 32,5 - 5 = 27,5 \text{ km}$.

III. megoldás: Ábrázoljuk grafikusán a vonatok menetét. Először tüntessük fel az A pontból 0 perckor kiinduló személyvonat megtett km-eit, mint a t percek függvényét, tetszőleges sebesség mellett vagyis az AP egyenest *tetszőleges* szög alatt húzhatjuk (l. ábrát).



10 km megtevése után B -ből indul vissza a tehervonat A -ba ismét (bizonyos mértékig) *tetszőleges* sebességgel. A tehervonat 15 perccel a személyvonat után ér az 5 km-hez, tehát ábránkon $PQ = 15$ perc, amiből következik, hogy a tehervonat A -ba 30 perccel a személynek (0 perckor történt) indulása után érkezik. (Ábránkról geometriailag leolvasható. Mivel a gyorsvonat sebességének pozitívnak és felülről korláatosnak kell lennie, azért a tehervonat sebessége sem *egészen* tetszőleges. Ha a gyorsvonat részére óránkénti 150 km-es sebességet veszünk felső határnak, akkor 5 km megtevése a gyorsnak legalább 2 percre, a személynek pedig legalább $2 + 4 = 6$ percre van szüksége, tehát az $5P$ távolság ≥ 6 perc. Ebből következik, hogy $PQ = 15$ perc távolság *legfeljebb* az $5P$ távolság 2,5-szerese.)

A gyorsvonat a 30-ik percben indul el, de ennek sebessége már meg van határozva az előbbi két tetszőlegesen felvett sebesség által, mert 11 perccel a tehervonat után kell az 5 km-hez érnie. Tehát $QR = 11$ perc, vagyis az R pont meg van határozva és így a gyorsvonat menetét feltüntető egyenes is meg van határozva. Ez utóbbinak a személyvonat menetét feltüntető egyenessel való metszéspontja $M(x, y)$. M -nek y ordinátája, mely km-eket jelent, ábránkról leolvasható, de könnyen pontosan ki is számítható ábránkból

$$y : (y - 5) = MA : MP = 30 : 26,$$

miből

$$26y = 30y - 150,$$

$$y = 37,5 \text{ és így } BC = y - 10 = 27,5 \text{ km.}$$

Lényegében így oldotta meg a feladatot *Ádám András* (Hajdúszoboszló, Irinyi János g. IV. o. t.).