

$$\frac{5}{13}.$$
a C

(1)

mer

Lát

$$MCO_{\triangleleft} = OMC_{\triangleleft}$$

Hel

$$MCB_{\triangle} + OMC_{\triangle} = 90^{\circ}$$

de
BC

$$BC = \frac{5}{12}AB.$$

Teh

II.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{CB}{CA} = \frac{5}{13}$$

ami

$$\sin \alpha = \frac{5}{13} \cdot \sin \beta.$$

legn



Mivel $C_1C'_1 < C_1B$ és $C_2C'_2 < C_2B$, azért

$$\sin \alpha_1 = \frac{CC_1}{C_1A} < \frac{C_1B}{C_1A} = \frac{5}{13} \text{ és } \sin \alpha_2 = \frac{C_2C'_2}{C_2B} < \frac{C_2B}{C_2A} = \frac{5}{13}.$$

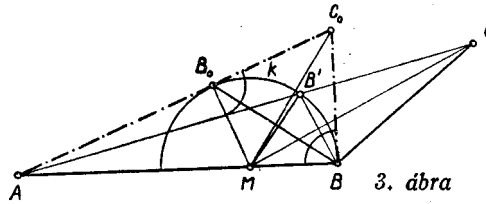
Tehát az A -nál levő szög sinusa *mindig kisebb* $\frac{5}{13}$ -nál, kivéve, ha a $CBA \triangleleft$ derékszög, ekkor $\sin \alpha = \frac{CB}{CA} = \frac{5}{13}$, vagyis ez esetben $\sin \alpha$ és vele együtt α maximális.

Így oldotta meg a feladatot *Fehér János* (Győr, Révai gimn.)

IV. megoldás: Mindazon közös AB oldalú ABC háromszögekben, melyekre teljesül az $AC : BC = 2,6$ kikötés, a C -nél fekvő szög felezője az AB oldalt olyan M pontban metszi, melyre $AM : BM = AC : BC = 2,6$. Az M pont helyzete független a háromszög alakjától. Tükrözzük a CMB háromszöget a CM szögfelezőre. A B pont tükörképe B' az AC háromszögoldalra esik és

$$MB' = MB$$

a C pont helyzetétől független távolság. Az összes ilyen pontok tehát az M középpontú és B -n átmenő k körön sorakoznak. (3. ábra).



Megfordítva, ha B' ennek a körnek tetszés szerinti pontja, akkor messük el az AB' egyenest a $BMB' \triangleleft$ felezőjével. Az így keletkező ABC háromszögben MC szögfelező, mert MB' tükörképe MC -re MB , a C ponté pedig önmaga, tehát a CB' oldalegyenes tükörképe CB . Ebből következik az is, hogy

$$AC : BC = AM : BM = 2,6,$$

tehát az $ABC \triangleleft$ megfelel a követelményeknek.

Az eredeti feladat tehát helyettesíthető azzal, hogy a k kör mely B_0 -ját kell A -val összekötni, hogy a keletkező $B_0AB \triangleleft$ a lehető legnagyobb legyen. Ez a B_0 nyilván az A -ból húzható érintő érintési pontja. Ez esetben

$$MB_0 \perp AB_0$$

Szerkesszük meg a fent leírt módon az ezen B_0 ponthoz tartozó ABC_0 háromszöget. Ebben is $MBC_0 \triangleleft$ az $MB_0C_0 \triangleleft$ tükörképe, s így

$$ABC_0 \triangleleft = MB_0C_0 \triangleleft = 90^\circ.$$

V. megoldás: Keressük azon közös AB oldalú ABC háromszögek közül, melyekre $AC : BC = 2,6$ azt, amelyben a $BAC \triangleleft$ a lehető legnagyobb. A szögek azonban nem változnak, ha a háromszögeket nagyítjuk, vagy kicsinyítjük. Így helyettesíthetjük az összes háromszöget olyanokkal, melyekben az AC oldal közös. Ekkor

$$BC = \frac{AC}{2,6} = \frac{5}{13}AC$$

is az összes háromszögekben egyenlő, az összes B pontok tehát egy C körül $r = \frac{5}{13} \cdot AC$ sugárral rajzolt körön vannak. A $BAC \triangleleft$ akkor maximális, ha AB e kör érintője, tehát $BC \perp AB$ és Pythagoras-tétele alapján

$$AB = 2,4BC, \text{ vagyis } BC = \frac{5}{12} \cdot AB.$$

Számosan differenciálással oldották meg a feladatot, ami – mint láttuk – teljesen felesleges.