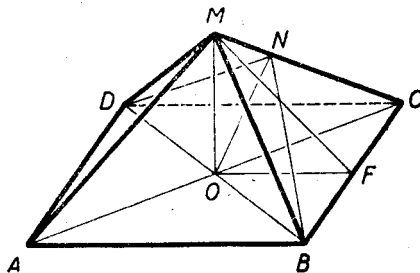


**I. megoldás:** A betűzést az ábra mutatja.



Legyen az alapnégyzet egy oldala  $BC = a$ , az alapnégyzet félátlója  $OB = OC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ . A keresett  $OM$ -et jelöljük  $m$ -mel. A  $BD$  átlón át az  $MC$  oldalára merőleges sík messe az oldalalt  $N$ -ben. Tehát  $\hat{ON} \perp MC$ .

A feltétel szerint a  $BND \sphericalangle = 120^\circ$ . Legyen  $OCN \sphericalangle = \alpha$ . Mivel a  $BND$  egyenlőszárú háromszögben a szárazakkal szembenfekvő szögek  $30^\circ$ -osak, azért

$$\sin \alpha = \frac{ON}{OC} = \frac{ON}{OB} = \operatorname{tg} OBN \angle = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Ezt felhasználva, az  $OCM$  derékszögű háromszögből

$$m = OC \cdot \operatorname{tg} \alpha = OC \cdot \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1/\sqrt{3}}{\sqrt{1 - 1/3}} = \frac{a\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{a}{2}.$$

Jelen esetben  $a = 26$  cm és így  $m = 13$  cm.

A keletkező számos derékszögű háromszög sokféle lehetőséget ad arra is a versenyzők ezeket ki is aknázták – hogy trigonometria felhasználása nélkül számítsuk ki a magasságot. Egy ilyen pl. a következő.

## II. megoldás:

$$BF = OF = \frac{a}{2}. \text{ A } BON\triangle\text{-ből } BN = \frac{BO}{\sin 60^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2} / \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Az *MFC* és a *BNC* derékszögű háromszögek hasonlóak, mert a *C*-nél fekvő hegyes szögük közös, tehát

$$\frac{MF}{MC} = \frac{BN}{a} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

vagyis

$$\frac{MF^2}{MC^2} = \frac{m^2 + \frac{a^2}{4}}{m^2 + \frac{a^2}{2}} = \frac{2}{3},$$

amiből

$$3m^2 + \frac{3a^2}{4} = 2m^2 + a^2,$$

$$m^2 = \frac{a^2}{4}, \text{ és így } m = \frac{a}{2}.$$

**III. megoldás:** Legyen  $MC = b$  és  $BN = p$ . Mivel a feladat szerint  $BNO \sphericalangle = 60^\circ$ , azért  $ON = \frac{p}{2}$ .

A  $COM\Delta$  kétszeres területe kétféleképpen állítható elő:

$$2t = b \cdot \frac{p}{2} = \frac{a}{2} \sqrt{2} \cdot m,$$

$$(1) \quad \text{vagyis } bp = am\sqrt{2}.$$

A  $BCM\Delta$  kétszeres területe hasonlóképpen

$$bp = a\sqrt{m^2 + \frac{a^2}{4}}.$$

(1) és (2)-ből következik, hogy

$$am\sqrt{2} = a\sqrt{m^2 + \frac{a^2}{4}},$$
$$2m^2 = m^2 + \frac{a^2}{4},$$

amiből

$$m = \sqrt{\frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$

**IV. megoldás:** Vegyünk 6, a feltételeknek megfelelő, gúlát és helyezzünk először hármat egymás mellé úgy, hogy csúcsaik és egy oldalélük egybeessenek. Mivel az oldallapok szöge  $120^\circ$  és 3 ilyen lapszög került egymás mellé, a 3 gúla hézag nélkül összeillik. Két-két gúla szomszédos oldallapjai pedig  $360^\circ - 2 \cdot 120^\circ = 120^\circ$ -os szöget fognak alkotni. Így a szomszédos gúlának közé egy-egy újabb gúlát illesztve úgy, hogy ezek csúcsa is összeessenek a már összeillesztett gúlának közös csúcsával, zárt testet kapunk, melyet 6 négyzet (a 6 gúla alaplappja) határol. Ez a test tehát csak kocka lehet. Két csúccsal szembe fordított gúla magasságainak összege egyenlő a kocka élével, vagyis a gúla alapélével. Ebből következik, hogy a gúla magassága az alapél hosszának felével egyenlő.

Így oldotta meg a feladatot *Szabó László* (Aszód, Petőfi g. IV. o. t.) és *Tuska Ferenc* (Cegléd, Kossuth g. IV. o. t.)

A pályázók legnagyobb része trigonometriai *táblákkal* szöveget határozott meg, ami – mint a fenti megoldások mutatják – teljesen felesleges.