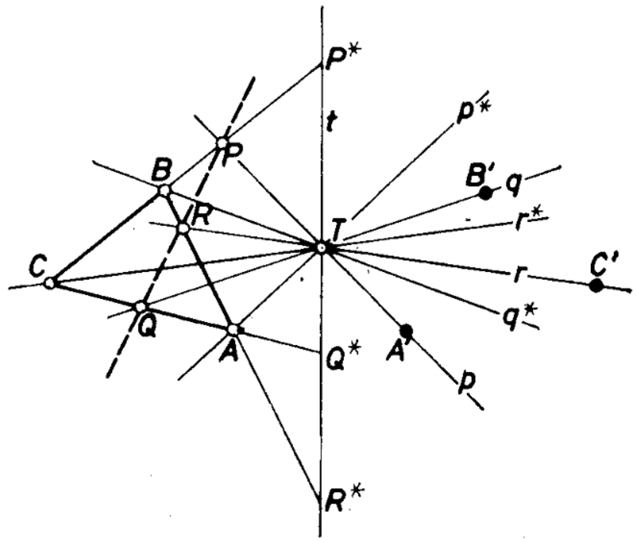
Nyilván fel kell tennünk, hogy T különbözik az A, B, C pontoktól, különben p, q, r nincs meghatározva. Párhuzamos egyenesek metszéspontját szokásos módon ideális, végtelen távoli pontként értelmezve, kiterjeszthető a feladat állítása, ezt az általános alakot bizonyítjuk.



Jelöljük t-nek a BC, CA, AB egyenesekkel alkotott metszéspontját rendre P^*-gal, Q^*-gal, R^*-gal. Irányítsuk tetszőlegesen a p, q, r és t egyeneseket, és jelöljük p-nek, q-nak, r-nek t-re vonatkozó tükörképét p^*-gal, q^*-gal, r^*-gal. Menelaosz tétele szerint abból, hogy P^*, Q^*, R^* egy egyenesen vannak, következik, hogy

$$(ABR^*)(BCP^*)(CAQ^*) = -1,$$

és ha belátjuk, hogy

$$(ABR)(BCP)(CAQ) = -1,$$

ebből következik, hogy P, Q, R is egy egyenesen vannak. Elég tehát belátni, hogy

$$(ABRR^*)(BCPP^*)(CAQQ^*) = 1, \tag{1}$$

ahol például $(ABRR^*) = (ABR){:}(ABR^*)$, és $(ABR) = AR{:}RB$. (A felhasznált tételek és fogalmak megtalálhatók Hajós Gy.: Bevezetés geometriába c. könyvében.) Papposz tétele szerint (1) helyett elegendő belátnunk, hogy

$$(p^*q^*rt)(q^*r^*pt)(r^*p^*qt) = 1. \tag{2}$$

Jelöljük a t irányított egyenest p, q, r-be vivő forgatások nagyságát rendre α, β, γ-val, akkor a kettős viszony definíciója szerint

$$\begin{aligned}
(p^*q^*rt) &= \frac{\sin(\alpha+\gamma)}{\sin(\beta+\gamma)} : \frac{\sin\alpha}{\sin\beta},\\
(q^*r^*pt) &= \frac{\sin(\beta+\alpha)}{\sin(\gamma+\alpha)} : \frac{\sin\beta}{\sin\gamma},\\
(r^*p^*qt) &= \frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)} : \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha}.
\end{aligned}$$

Ebből pedig közvetlenül következik a bizonyítandó (2) összefüggés.