

Megmutatjuk, hogy ha S_n határértéke A^2 , akkor a négyzetek átfedés nélkül elhelyezhetők egy $2A$ oldalú négyzetben. Mivel a négyzetek sorrendje a kérdésben nem játszik szerepet, feltehetjük, hogy az a_n sorozat monoton fogy. Az a_n/A sorozat tagjait b_n -nel jelöljük, és azt mutatjuk meg, hogy a b_n oldalú négyzetek elhelyezhetők egy 2 oldalú négyzetben.

Mivel $\sum_{i=1}^{\infty} b_i^2 = 1$, azért $b_i \leq 1$, így ha $S = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \leq 2$, állításunk nyilvánvaló.

Ha $S > 2$, vágjuk szét a b_n sorozatot olyan blokkokra, hogy mindegyikben az összeg éppen túllépje az 1 -et. Az első blokk tehát az n_1 -edik tagig tart, ha n_1 a legkisebb olyan index, amelyre

$$b_1 + b_2 + \dots + b_{n_1} \geq 1$$

teljesül. Általában ha már meghatároztuk n_k értékét valamilyen $k \geq 1$ számra, n_{k+1} a legkisebb olyan index legyen, amelyre

$$\sum_{i=n_k+1}^{n_{k+1}} b_i \geq 1$$

teljesül, feltéve, hogy egyáltalán van ilyen index. Megmutatjuk, hogy akármeddig folytatjuk is ezt az eljárást, a blokkzáró tagok összege mindig 1 alatt marad, azaz

$$b_{n_1} + b_{n_2} + \dots + b_{n_k} < 1$$

teljesül tetszőleges k -ra, amelyre még n_k értelmezhető. Ha ugyanis ezeket a tagokat megszorozzuk a teljes blokkösszeggel, amelyet ezek a tagok zárnak, akkor anélkül, hogy csökkentenénk az összegüket, a tagok négyzetösszegére jutunk:

$$\sum_{j=1}^k b_{n_j} \leq \sum_{j=1}^k \left(b_{n_j} \sum_{i=n_{j-1}+1}^{n_j} b_i \right) \leq \sum_{i=1}^{n_k} b_i^2 \leq 1.$$

(Itt $n_0 = 0$.) Mivel $b_i \leq 1$, a blokkösszegek nem lehetnek 2 -nél nagyobbak. Emiatt a k -edik blokkhoz tartozó négyzetek benne vannak egy 2 hosszú és $b_{n_{k-1}} + 1$ széles sávban. Akár véges sok blokkunk lesz, akár végtelen sok, az őket tartalmazó sávok szélességének összege legfeljebb $1 + b_1 \leq 2$, tehát együttesen benne vannak egy 2 oldalú négyzetben.