

I. megoldás. Jelölje B_k , ill. A_k azt az eseményt, hogy a k -adik dobásra dobunk először hatost, illetve, hogy a k -adik dobásig nem dobunk ötöst. Az az esemény, hogy az első hatos dobásig nem dobunk ötöst, akkor és csak akkor következik be, ha a

$$B_1 A_1 + B_2 A_2 + \dots + B_n A_n + \dots$$

esemény bekövetkezik. Ezért a keresett p valószínűség egyenlő $P(A_1 B_1 + A_2 B_2 + \dots + A_k B_k + \dots)$ valószínűséggel. Mivel $(A_i B_i)(A_j B_j) = 0$ $i \neq j$, ezért

$$p = P(A_1 B_1) + P(A_2 B_2) + \dots + P(A_k B_k) + \dots$$

Felhasználva, hogy

$$P(A_k B_k) = \left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{6}.$$

$$p = \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right) + \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} + \dots = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{1 - \frac{4}{6}} = \frac{1}{2}.$$

Pócsi György (Debrecen, Fazekas M. Gimn.)

II. megoldás. Jelölje A azt az eseményt, hogy előbb dobunk ötöst, mint hatost, B azt, hogy előbb dobunk hatost, mint ötöst, végül pedig C azt, hogy az előbbi esetek egyike sem következik be. Nyilván $P(A) = P(B)$, $H = A + B + C$ és $AB = AC = BC = 0$. Ezért

$$(1) \quad P(A) + P(B) + P(C) = 2 \cdot P(A) + P(C) = 1.$$

Határozzuk meg $P(C)$ -t!

$$P(C) = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{4}{6}\right)^{k-1} \cdot \frac{2}{6} = 1 - \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{1 - \frac{2}{3}} = 1 - \frac{2}{6} \cdot 3 = 0.$$

Ezt (1)-be helyettesítve:

$$P(A) = 1/2 \text{ adódik.}$$

Szécsi Erzsébet (Debrecen, Fazekas M. Gimn. II. o. t.) dolgozata alapján