

Legyen K tetszőleges konvex sokszög, amelynek van véges sok paralelogrammára való felbontása. Jelöljük ezt a felbontást F -fel, és legyen AB a K sokszög tetszőleges oldala. Fessük pirosra mindazokat az F -ben szereplő paralelogrammákat, amelyeknek van AB -vel párhuzamos oldaluk. Legyen e egy tetszőleges, pirosra festett paralelogramma AB -vel párhuzamos oldalának az egyenese. Ha e metszi K -t, tekintsük az e -hez csatlakozó piros paralelogrammákat. Ha volna e -nek olyan PQ szakasza, amelyhez e egyik oldalán támaszkodik piros paralelogramma, de a másikon nem, az F -beli paralelogrammák nem fednék le hézagtalanul K -t. Emiatt tetszőleges, AB -vel párhuzamos, K -t metsző egyenesen a piros szakaszok összhossza ugyanaz, és egyenlő AB hosszával. Ez csak úgy lehet, ha K -nak van AB -vel párhuzamos és AB -vel egyenlő hosszúságú A^*B^* oldala. Válasszuk úgy a betűzést, hogy az AB , A^*B^* szakaszok ellentétes irányításúak legyenek. Mivel AB K -nak tetszőleges oldala volt, ezzel beláttuk, hogy K minden oldalához található K határvonalán vele párhuzamos és egyenlő oldal. Induljunk el K határvonalán A -ból B -n át A^* felé. Az érintett oldalakon rendre irányt változtatva az irányváltoztatások összege 180° , ami 360° -ra nő, ha A^* -ból B^* -on át vissz térünk A -ba. Mivel utunk során az irányváltoztatások mind ugyanabban az irányban történtek, a B -hez csatlakozó BC oldallal párhuzamos oldal csak a B^* -hoz csatlakozó B^*C^* oldal lehet, vagyis az egymáshoz csatlakozó oldalakkal párhuzamos oldalak csatlakoznak egymáshoz. K tetszőleges csúcsához rendeljük hozzá a belőle kiinduló oldalakkal párhuzamos oldalak közös pontját. Ez kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés. Nevezzük a megfelelő csúcsokat szemköztieknek, a szemközti csúcsok által meghatározott átlókat átmérőknek. Szomszédos csúcsokkal szemben szomszédos csúcsok vannak, és a belőlük kiinduló átmérők felezik egymást, és közös felezőpontjuk K szimmetriacentruma.

Megfordítva, ha K centrálszimmetrikus, toljuk el a határvonalát úgy, hogy az egyik csúcs a vele szomszédos csúcsba menjen át. Az új határvonalnak csak a K belsejébe eső részét tartjuk meg, ez az eltolás előtti megfelelőjével együtt olyan sávot határol, amelyet az eltolás irányával párhuzamos egyenesekkel könnyen paralelogrammákra bonthatunk. Hagyjuk el a most felbontott sávot K -ból, a visszamaradó rész centrálszimmetrikus, és 2-vel kevesebb csúcsa van, mint K -nak. Ismételjük meg az eljárásunkat mindaddig, amíg paralelogramma nem marad vissza, ezzel K kívánt felbontását kapjuk.

Megjegyzés. Mivel – mint láttuk – tetszőleges centrálszimmetrikus sokszög paralelogrammákra bontható, egy sokszög akkor is centrálszimmetrikus, ha felbontható centrálszimmetrikus sokszögekre. Ezt használjuk fel a 132. probléma megoldásában.