

Bebizonyítjuk, hogy két rögzített szomszédos oszlop között ugyanannyi piros szakasz van, mint kék. Legyen a lehetséges $2n$ szakasz közül pirossal színezve m db. E szakaszok végpontjai piros pontok, és a két oszlop további $2n - 2m$ piros pontja nem végpontja piros szakasznak, s így a feladat értelmében egyetlen színezett szakasznak sem. Más szóval közülük semelyik kettő nem esik egy sorba, mindegyiküknek kék a párja.

Eszerint $2n - 2m$ db olyan kék pont van, mely nem végpontja színezett szakasznak. És mivel több piros pont nincs, az összes többi kék pont végpontja egy-egy kék szakasznak. A kék szakaszok száma tehát $\frac{1}{2} \{2n - (2n - 2m)\} = m$, ezt akartuk bizonyítani.

Így bármelyik két szomszédos oszlop közti kék és piros szakaszok száma megegyezik, tehát az összes vízszintes piros és kék szakaszok száma is egyenlő, és ugyanezt kapjuk a függőleges állású piros és kék szakaszokra, ha bizonyításunkban oszlop helyett végig sort mondunk és n helyett k -t.

Komornik Vilmos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn. III. o. t.)

Megjegyzés. Csak azt használtuk ki, hogy bármely két egymás melletti sorban (ill. oszlopban) a pontok fele piros, fele kék. Eszerint akkor is igaz az állítás, ha a piros pontok száma minden páratlan számú oszlopban $r(\leq 2n)$ és minden páros sorszámu oszlopban $2n - r$, másrészt minden páratlan sorszámu sorban $t(\leq 2k)$ és minden páros sorszámu sorban $2k - t$.

Könnyű belátni, hogy a pontok színezése mind a feladat eredeti föltevése, mind az utóbbi módosítás szerint végrehajtható.