

Jelöljük a keresett számtani sorozat szomszédos tagjainak a különbségét d -vel. Ha d páratlan volna, akkor a sorozat minden második tagja páros volna, és a tagok nem lehetnének prímszámok. (Tagokként természetesen csak egész számokra gondolunk.) Tehát d osztható 2-vel. Ha d nem volna 3-mal osztható, akkor a sorozat három egymás utáni tagja közül az egyik mindig 3-mal osztható volna, tehát d a 3-mal is osztható. Hasonló módon látható be, hogy d osztható 5-tel is, és 7-tel is, vagyis d osztható $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ -zel.

Annak érdekében, hogy lehetőleg kicsi (pozitív) számokkal dolgozzunk, $d = 210$ különbségű sorozatot keresünk. A sorozat a kezdő tagjára szóba jövő prímeket növekvő rendben addig vizsgáljuk, míg olyat találunk, amelyre az $(a + 210i)$ tagok $(0 \leq i \leq 9)$ mindegyike prím. Nyilvánvalóan $a \geq 11$.

Azt várjuk, hogy találunk olyan megoldást, melyben minden tag kisebb 2500-nál, ezért elég azt biztosítanunk, hogy a sorozat további tagjai $(1 \leq i \leq 9)$ ne lehessenek oszthatók a $\sqrt{2500} = 50$ -nél kisebb prímekek egyikével sem. Maga a kezdő tag is csak úgy lehet osztható ilyen prímmel, ha éppen egyenlő vele.

Kisebb számokon vizsgálódhatunk, ha az egymás utáni p értékek esetében a helyett az $(a : p)$ osztás m maradékát tekintjük és ugyanígy d helyett a $(210 : p)$ osztás r maradékát, vagyis $a = \alpha p + m$, $210 = \delta p + r$, ahol α, δ természetes számok, $0 \leq m < p$ és $0 < r < p$. Így a következő 10 számot tekintjük:

$$(1) \quad m, m + r, m + 2r, \dots, m + 9r,$$

hiszen $m + ri = (a + 210i) - (\alpha + \delta i) \cdot p$ akkor és csak akkor osztható p -vel, ha $(a + 210i)$ osztható vele.

Mármost minden egyes fenti p -hez táblázatba gyűjtjük azokat az m értékeket, amelyek mellett (1) egyik tagja sem osztható p -vel. A $11 \leq p \leq 19$ értékekre ezeket az alábbi táblázat tartalmazza. (A $p \geq 23$ esetekben rövidebb felírni a meg nem engedett m értékeket.) – Pl. $p = 11$ esetében $r = 1$, és így $m = 1$ még megfelelő, mert velük (1) az 1, 2, ..., 10 számokból áll, viszont $m \geq 2$ esetén fellépne köztük 11-gyel osztható szám.

p	r	m lehetséges értékei:									
11	1	0,	1;								
13	2	0,	2,	4,	6;						
17	6	0,	6,	12,	1,	7,	13,	2,	8;		
19	1	0,	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9;

p	r	m nem megengedett értékei:									
23	3	20,	17,	14,	11,	8,	5,	2,	22,	19;	
29	7	22,	15,	8,	1,	23,	16,	9,	2,	24;	
31	24	7,	14,	21,	28,	4,	11,	18,	25,	1;	
37	25	12,	24,	36,	11,	23,	35,	10,	22,	34;	
41	5	36,	31,	26,	21,	16,	11,	6,	1,	37;	
43	38	5,	10,	15,	20,	25,	30,	35,	40,	42;	
47	22	25,	3,	28,	6,	31,	9,	34,	12,	37.	

Ezek alapján a sorozat kezdő száma nem lehet 11, mert ez $p = 13$ mellett nem megengedett maradékot ad, nincs meg a 13-as sorban (másképpen megvan a 23-asban tilosként). A további keresés jelentősen egyszerűsödik, azt véve alapul, hogy a -t 11-gyel osztva csak 1-et kaphatunk maradékul. Az első ilyen prímszám a 23, de ez is $p = 13$ -ra nem megengedett maradékot ad. Hasonlóan $a = 67, 89$ rendre a $p = 17, 13$ prímekekre nem megengedett maradékot ad, és 45, 111, 133, 155 és 177 nem prím. Az $a = 199$ szám viszont a fenti prímekekre rendre 1, 4, 12, 9, 15, 25, 13, 14, 35, 27, 11 maradékot ad, ezek mindegyike megengedett, és $a = 199$ maga is prím, tehát az $a = 199$ kezdő tagú, $d = 210$ különbségű számtani sorozat első tíz tagja biztosan prímszám.

Megjegyzések. 1. Prím a sorozat elejére beiktatható (-11) is, de efféle problémákban pozitív számokra szokás szorítkozni.

2. Kevesebb megfontolással, felkészüléssel járna a fentiek alapján az $1 + 22k$ sorozat tagjait venni a -nak, ekkor viszont primitív, kilátástalan munkával egyenként kellene vizsgálni, hogy minden tag prím-e a sorozatokban.