



I. megoldás. Bármerre indul is a sétáló a középpontból, az első útkereszteződésnél $\frac{1}{4} - \frac{1}{4}$ valószínűséggel választhat a következő esetek között:

- változatlan irányban folytatja útját, eljut a park sarkába és ott megáll;
- balra fordul és a park szélére érve megáll;
- jobbra fordul és a park szélére érve megáll;
- visszafordul a park közepére ér és újabb irányt választva folytatja útját.

Jelöljük az első eseményt S_1 -gyel, a következő kettőt együtt F_1 -gyel, az utolsót V_1 gyel, ezek valószínűsége

$$P(S_1) = \frac{1}{4}, \quad P(F_1) = \frac{1}{2}, \quad P(V_1) = \frac{1}{4}.$$

Az S_1 , F_1 események után a folyamat megáll, a V_1 esemény után folytatódik, és megismétlődik a fenti választás ugyanezekkel a valószínűségekkel. Jelöljük ezeket az eseményeket S_2 , F_2 , V_2 -vel, akkor

$$P(S_2) = \frac{1}{4}, \quad P(F_2) = \frac{1}{2}, \quad P(V_2) = \frac{1}{4}.$$

Ezekre az eseményekre azonban csak akkor kerül sor, ha V_1 bekövetkezett, így másodszorra akkor jut a park sarkába a sétáló, ha a V_1 és S_2 események együttesen következnek be. Feladatunk szerint ez a két esemény független, így együttes bekövetkezésük valószínűsége

$$P(V_1 S_2) = P(V_1) \cdot P(S_2) = \left(\frac{1}{4}\right)^2.$$

Útját akkor folytatja a sétáló, ha a $V_1 V_2$ esemény következik be, ennek valószínűsége hasonlóan $(1/4)^2$.

Általában akkor indul n -edszer is el a sétáló a park közepéről, ha a $V_1 V_2 \dots V_{n-1}$ esemény következett be, ennek valószínűsége az egyes események függetlensége miatt

$$P(V_1 V_2 \dots V_{n-1}) = P(V_1) \cdot P(V_2) \cdot \dots \cdot P(V_{n-1}) = (1/4)^{n-1}.$$

Az n -edik elkezdés után az S_n , F_n , V_n események következhetnek be, ezek valószínűsége

$$P(S_n) = \frac{1}{4}, \quad P(F_n) = \frac{1}{2}, \quad P(V_n) = \frac{1}{4}.$$

A sétáló az n -edik útkezdés után akkor jut a park sarkába, ha a $V_1 V_2 \dots V_{n-1} S_n$, esemény következik be, jelöljük ezt az eseményt A_n -nel. A_n valószínűsége ezeknek az eseményeknek a függetlensége miatt

$$P(A_n) = P(V_1 V_2 \dots V_{n-1} S_n) = P(V_1 V_2 \dots V_{n-1}) \cdot P(S_n) = (1/4)^n.$$

Az az A esemény, hogy a sétáló eljut a park sarkába, az egymást páronként kizáró $A_1, A_2, \dots, A_n$, események összege, így A valószínűsége ezen események valószínűségének az összege:

$$P(A) = \sum_{n=1}^{\infty} P(A_n) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1/4}{1 - (1/4)} = \frac{1}{3}.$$

Tehát $1/3$ annak a valószínűsége, hogy a sétáló a park valamelyik sarkába jut.

Pressing Lajos (Veszprém, Lovassy L. Gimn.)

II. megoldás. Megoldásunkban felhasználjuk a feltételes valószínűség fogalmát és a rá vonatkozó összefüggéseket.¹ Tovább használjuk az I. megoldásban bevezetett jelöléseket. A teljes valószínűség tétele szerint

$$P(A) = P(S_1) \cdot P(A/S_1) + P(F_1) \cdot P(A/F_1) + P(V_1) \cdot P(A/V_1).$$

A $P(A/S_1)$ feltételes valószínűség 1, hiszen S_1 , maga után vonja A -t. $P(A/F_1) = 0$, mert A és F_1 egymást kizáró események. Feladatunk szerint $P(A/V_1) = P(A)$, hiszen a V_1 , esemény bekövetkezése esetén a sétáló ismét a park közepéről indul, és hogy ezután eljut a park sarkába, annak most is ugyanaz a valószínűsége, mint az első induláskor. Ezek alapján

$$P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot P(A),$$

ahonnan ismét $P(A) = 1/3$.

Komornik Vilmos (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn.)

¹ Megtalálhatók pl.: *Éltető Ödön-L. Ziermann Margit*: Matematikai statisztika (Középiskolai Szakköri Füzet). Tankönyvkiadó, Budapest, 1961, 19. o.