

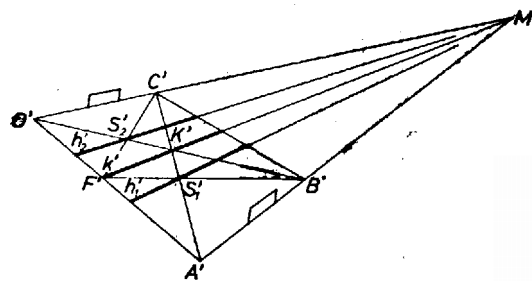
**I. megoldás.** Köztudomású, hogy fényképen az egy egyenesen levő, egyenlő hosszú szakaszok képei általában különböző hosszúak, ezért a kívánt osztóvonalak képeit nem rajzolhatjuk meg (a pálya oldalvonalainak képén végrehajtott) szokásos szakaszfelezés, ill. harmadolás alapján.

A fényképet – és eredetijét, a  $\varphi$  felvételi filmet, ami sík – centrális vetületnek tekinthetjük: egy (a felvevőgép látóterében, nyílásszögtartományában levő)  $P$  pont vetülete (képe) a lencse  $O$  középpontját vele összekötő egyenesnek,  $P$  vetítősugarának  $\varphi$ -vel való  $P'$  metszéspontja, hiszen a  $P$ -ből jövő és  $O$ -n átmenő fénysugár irányváltozás nélkül halad a lencsén át a filmig. (A tárgyról jövő többi fénysugár az előbbivel a képpontban egyesül, csupán a vegyi hatást erősíti.) Tovább csak centrális vetületre gondolunk,  $\varphi$ -t nem tekintjük határoltnak és csak azoknak a pontoknak tulajdonítunk vetületet, amelyek az  $O$ -n átmenő,  $\varphi$ -vel párhuzamos  $\varphi_0$  sík által kettévágott térnek  $\varphi$ -t nem tartalmazó felében vannak; már  $\varphi_0$ -beli pontnak sincs vetülete.

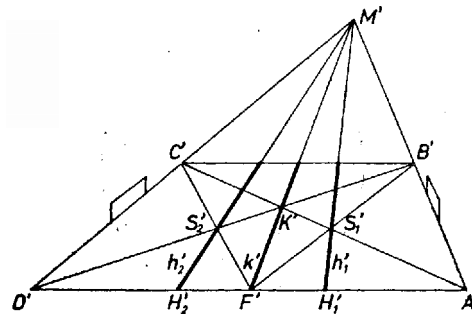
Egy, az  $O$ -n nem átmenő  $e$  egyenes vetítősíkja az  $O$  és  $e$  által meghatározott sík, ennek  $\varphi$ -vel való metszévonalja az  $e$ -nek  $e'$  képe, egyenes (pontosabban: csak akkor egyenes, ha  $e \parallel \varphi$  és  $e$  a mondott féltérben van; különben félegyenes képe félegyenes). Az  $O$ -n átmenő egyenes képe pedig egyetlen pont.

Legyenek  $e_1, e_2$  egymással párhuzamos, az  $O$ -n nem átmenő és a  $\varphi$ -t metsző egyenesek. Vetületük,  $e'_1$ , ill.  $e'_2$ , metszi egymást egy pontban, hiszen az  $O, e_1$  és  $O, e_2$  vetítősíkok metszik egymást egy, az  $O$ -n átmenő és amazokkal párhuzamos  $e_0$  egyenesben, és ennek képén, ami egy  $E_0$  pont,  $e'_1$  is,  $e'_2$  is átmege. Ugyanígy minden az  $e_1$  gyel párhuzamos egyenes vetülete átmege  $E_0$ -on.

Ezek alapján az  $ABCD$  futballpálya (téglalap)  $k$  középvonalának keresett  $k'$  képe átmege a kapuvonalak (alapvonalak)  $A'B', C'D'$  képei meghosszabbításának  $M'$  metszéspontján (1–2. ábra).



1. ábra

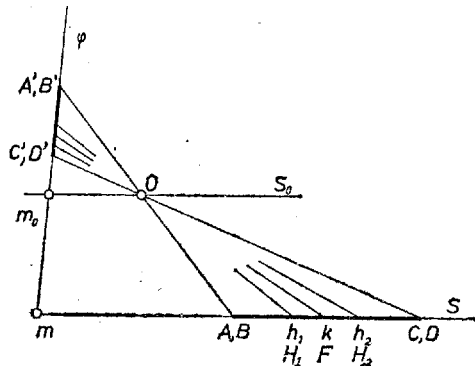


2. ábra

Másrészt  $k$  átmege az  $AC, BD$  átlók metszéspontján, a pálya  $K$  középpontján, aminek képe az átlók képének  $K'$  metszéspontja; ennél fogva  $k'$  az  $M'K'$  egyenesnek a pálya  $A'B'C'D'$  képébe eső szakasza.

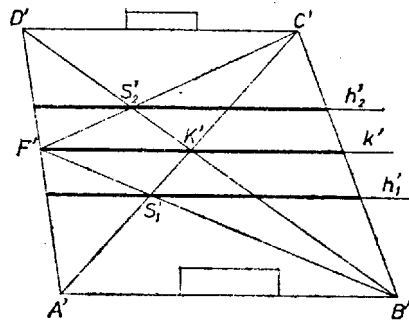
Ugyancsak  $M'$ -n mege át a  $h_1, h_2$  harmadolóvonalak keresett  $h'_1, h'_2$  képe is, egy-egy további pontjuk pedig az  $ADB$ , ill.  $ADC$  háromszög  $S_1$ , ill.  $S_2$  súlypontjának  $S'_1, S'_2$  képe, hiszen pl.  $S_1$ -nek  $AB$ -től való távolsága egyenlő az  $AD$  oldalvonal  $1/3$  részével. A két súlypont képét az  $AK, BF$ , ill.  $DK, CF$  súlyvonal-párok képeinek metszéspontja adja, ahol  $F$  az  $AD$  oldalvonal felezőpontja, aminek  $F'$  képét  $k'$  metszi ki  $A'D'$ -ből.

Szerkesztésünk csak olyan esetben nem hajtható végre, ha  $A'B' \parallel C'D'$ , azaz  $M'$  nem jön létre. Ez azt jelenti, hogy  $AB$  és  $CD$  vetítősíkjának metszévonalja nemcsak a pálya síkjával párhuzamos – ami mindig fennáll –, hanem  $\varphi$ -vel is, ennél fogva e két sík (ti. a pálya és  $\varphi$ )  $m$  metszévonalával is (oldalnézetben lásd a 3. ábrán).



3. ábra

Így pedig  $k$ ,  $h_1$  és  $h_2$  képe is párhuzamos  $m$ -mel, vagyis  $A'B'$ -vel. Ezért  $k'$  a  $K$ -n át,  $h'_1$ ,  $h'_2$  pedig a  $k'$ -ből  $F'$  útján nyert  $S'_1$ -n,  $S'_2$ -n át  $A'B'$ -vel párhuzamosan húzott egyenesszakasz (4. ábra).



4. ábra

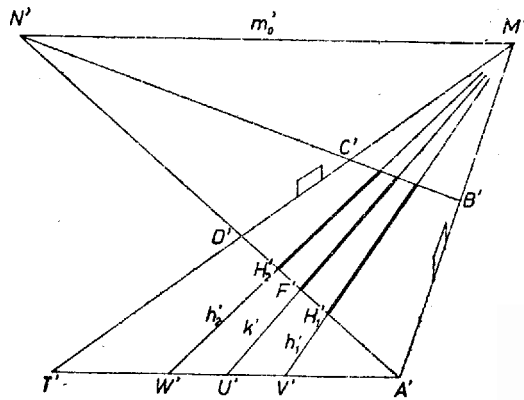
– Lehetséges az is, hogy  $m$  sem jön létre,  $\varphi \parallel S$ ; ekkor a pálya képe téglalap, a szerkesztés valódi nagyságban (torzulások nélkül) elvégezhető.

Nagy Ferenc (Budapest, I. István Gimn., IV. o. t.)

**II. megoldás.** Feladatunkat a szakasz felosztás ismert szerkesztése képi megfelelőjének végrehajtásával oldjuk meg, a fentiek és az alábbi észrevétel felhasználásával.

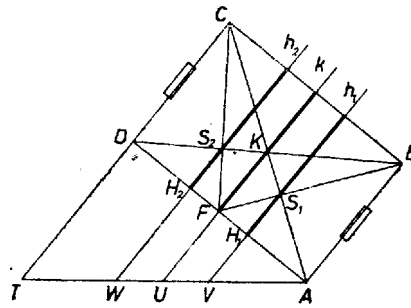
Az I. megoldás 2. ábráján  $A'D' \parallel B'C'$ , a pálya képe trapéz. Ebből könnyen adódik,<sup>1</sup> hogy  $A'F' = F'D'$ , és hasonlóan kaphatjuk, hogy pl.  $h'_1$ -nek  $A'D'$ -n levő  $H'_1$  metszéspontja harmadolja  $A'D'$ -t. Másrészt ekkor a 3. ábrán végzett megfontoláshoz hasonlóan  $A'D'$  párhuzamos  $\varphi$ -nek és a pálya  $S$  síkjának  $m$  metszésvonalával. Ezek szerint az  $m$ -mel párhuzamos egyeneseken levő, egyenlő hosszú szakaszok képe egyenlő hosszú.

Eszerint, ha a pálya bármely fényképén pl.  $A'$ -n át párhuzamosot húzunk  $m$ -mel, ennek az  $A'B'$ ,  $C'D'$  egyenesek közé eső  $A'T'$  szakaszát megfelezzük és megharmadoljuk rendre az  $U'$ ,  $V'$ ,  $W'$  pontokkal (képen az 5. ábra, alaprajzban a 6. ábra), akkor  $k$  képe az  $M'U'$  egyenes (ill. ennek a pálya képébe eső szakasza),  $h_1$ -é és  $h_2$ -é pedig  $M'V'$ , ill.  $M'W'$ . Valóban, ekkor  $T'$  tekinthető egy az  $S$ -ben levő  $T$  pont képének, melyre  $AT$  párhuzamos  $m$ -mel, ugyanígy  $U'$ ,  $V'$ ,  $W'$  az  $AT$  szakasz felező-, ill. harmadolópontjai képének, ekkor pedig  $M'U'$ ,  $M'V'$ ,  $M'W'$  a rendre  $U$ -n,  $V$ -n,  $W$ -n át  $AB$ -vel párhuzamosan húzott, tehát  $S$ -ben fekvő egyenes képe, ezek az egyenesek átteszik az  $AU : AT = 1 : 2$ , az  $AV : AT = TW : AT = 1 : 3$  arányt az  $AD$  oldalvonalra képük pedig kijelöli az osztópontokat  $A'D'$ -n.



5. ábra

<sup>1</sup>Pi. az 1244. gyakorlat segédterével, lásd K. M. L. 39 (1969) 62. o.



6. ábra

A leírt szerkesztés céljára  $m$  irányát megadja az  $O$ -n átmenő és a pálya síkjával párhuzamos  $S_0$  síknak  $\varphi$ -vel való  $m_0$  metszésvonala (3. ábra). Ennek az  $S_0$ -nak egy pontja a fenti  $M'$ , mint az  $O$ -n át  $AB$ -vel párhuzamosan húzott, vagyis az  $S_0$ -ban fekvő egyenesnek a képe, egy másik pontja pedig – ugyanezt a meg gondolást az  $AD$ ,  $BC$  párhuzamos egyenesekre megismételve –  $A'D'$ -nek és  $B'C'$ -nek  $N'$  metszéspontja.

Simon Júlia (Győr, Kazinczy F. Gimn., IV. o. t.)

Fejes Gábor (Miskolc, Földes F. Gimn., II. o. t.)

*Megjegyzések.* 1. Egyik megoldásban sem használtuk fel, hogy a futballpálya síkja vízszintes, sem azt, hogy a film síkja függőleges (különben e két tény egyike sincs biztosítva); számos dolgozat ezekre és „a perspektíva törvényeire” épült, idézésük, megokolásuk nélkül.

2. A II. megoldás módján tetszés szerinti arányt rávihetünk egy, a fényképen levő egyenesszakaszra (hacsak a képen megvan egy rajta átmenő sík két párhuzamos egyenespárjának képe). Az I. megoldás szerint csak olyan  $m : n$  arányú osztást végezhetünk, melyre  $m/n$  racionális szám, és ismert egy, a szakaszt metsző párhuzamos egyenespár képe; ehhez is esetenként bonyolult meg gondolás szükséges.

3. Érkezett olyan dolgozat is, amely azt használta fel, hogy egy-egy „szemben álló” kapufa talppontját összekötő egyenes párhuzamos az oldalvonalakkal, és e 2 egyenes a pályát 3 téglalapra osztja fel. A fentiekben a kapukat csak a kapuvonalak és oldalvonalak megkülönböztetésére használtuk fel.