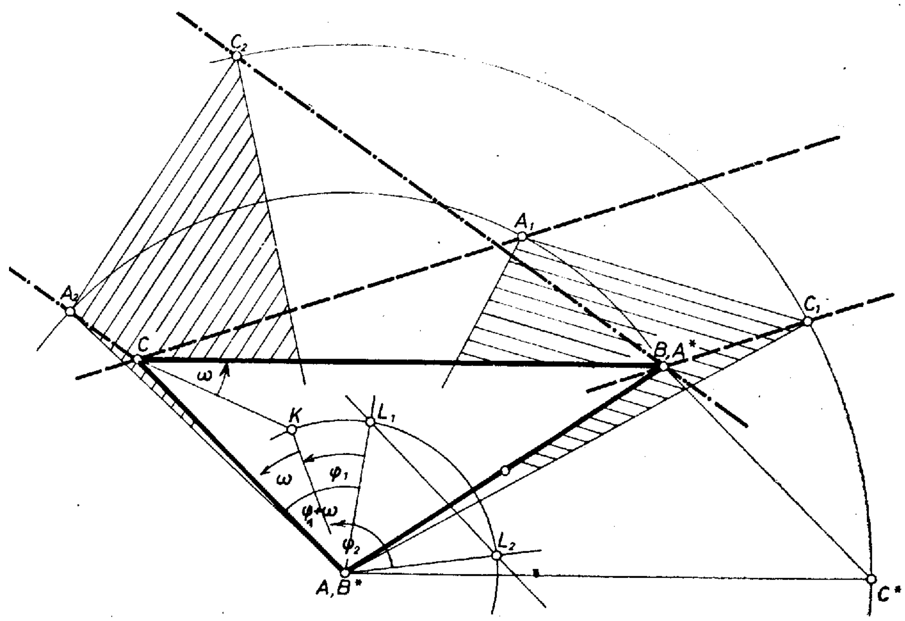
I. A kérdéses ω szögre az 1699. feladatban ezt találtuk:

$$\operatorname{ctg}\omega = \frac{a^2+b^2+c^2}{4t},$$

(a, b, c a háromszög oldalai, t a területe) a K pontra pedig azt, hogy egyértelműen létezik a háromszög belsejében, ezért ω abszolút értéke kisebb a háromszög mindegyik szögénél, tehát hegyesszög, és K két kör metszéseként megszerkeszthető.



A 24. problémában bevezetett ω segédszög pedig az a szög volt, amelyre

$$\cos\omega = \frac{a^2+b^2+c^2}{S}, \quad \sin\omega = \frac{4t}{S}, \tag{1}$$

ahol S természetesen a két számláló négyzetösszegéből vont (pozitív) négyzetgyök. Mindkét számláló pozitív, így ω is hegyesszög, így a két szög egyenlő volta közvetlenül látható (ezért is használtuk mindjárt mindkettőre az ω jelölést).

II. A H_1 háromszögnek H-hoz képest való, I. típusú elhelyezését így adta meg a probléma megoldása: H-t elforgatjuk A körül egy alkalmas φ szöggel az $AB'C'$ helyzetbe, majd tükrözzük az AB' szakasz felezőpontjára. (A pontra való tükrözés a körüljárás irányát nem változtatja.) A mondott φ-re és a bevezetett ω segédszögre ezt találtuk:

$$\sin(\varphi+\omega) = \frac{8t}{S}, \tag{2}$$

és ebből azt olvastuk ki, hogy a szabályos háromszög esetétől eltekintve – ahol $\sin(\varphi+\omega)=1$ adódik – $0<\sin(\varphi+\omega)<1$, tehát $\varphi+\omega$-ra 2 értéket kapunk és ω egyértelműsége alapján φ-re is. (A levezetésben pozitív körüljárású ABC háromszögből indultunk ki és φ-t a pozitív forgási irányban mértük.)

Mármost egybevetve (1)-et (2)-vel

$$\sin(\varphi+\omega) = 2\sin\omega,$$

ennek alapján φ-t az alábbiak szerint szerkesztjük. A pozitív körüljárású ABC háromszögben az 1699. feladatban leírt körök metszéspontjaként megszerkesztjük azt a K pontot, amelyre a KAC, KBA, KCB forgásszögek egyenlők (ezek a feladat 1. megjegyzése szerint pozitívok is). Párhuzamost húzunk AC-vel a K-t tartalmazó partján, 2-szer akkora távolságban, mint K-nak AC-től való távolsága. Ezt metsszük át az A körüli, AK sugarú körívvel az L_1, L_2 pontban. Ekkor $L_iAC\sphericalangle = \varphi_i+\omega$ $(i=1,\ 2)$, és így $\varphi_i = L_iAK\sphericalangle$. Ezzel a szöggel végezzük a fönt említett forgatást, majd tükrözést. – Az ábrán azonban megfordítottuk a két lépés sorrendjét: előbb tükröztük ABC-t AB felezőpontja körül az $A^*B^*C^* = BAC^*$ helyzetbe, majd ezt fordítottuk el B^* körül φ_1-gyel az $A_1B^*C_1$, φ_2-vel az $A_2B^*C_2$ helyzetbe, és ekkor $BC_1 \parallel CA_1$, $BC_2 \parallel CA_2$.

A szerkesztés igazolását az olvasóra hagyjuk.

Prőhle Tamás, Füredi Zoltán, Göndőcs Ferenc