

Jegyezzük meg, hogy ha egy sorozatban k elem periodikusan ismétlődik, akkor a sorozat bármelyik eleméből indulva az innen számított k elem periodikusan ismétlődik a továbbiakban.

Jelöljük az A -t és B -t származtató sorozatot A_0 -lal, ill. B_0 -lal.

A_0 n -elemű szelete pontosan $n - 1$ szomszédos 0 számjegyet tartalmaz. Feltéve, hogy az A sorozat periodikus valahonnan kezdve, valamely k hosszúságú periódussal, tekintsük A_0 -nak valamely, a k -nál nagyobb elemszámú olyan szeletét, mely A -nak már a periodikus részében van. Ebben a szeletben legalább k darab szomszédos 0 elem van, ezért a periódus csak csupa 0-ból állhatna, tehát A is valahonnan kezdve csupa 0-ból állna. Viszont A képzési szabálya szerint benne végtelen sok 1-es lép föl. Ellentmondásra jutottunk, tehát A nem periodikus sorozat.

A B sorozatra lényegében ugyanez az okoskodás alkalmazható. Tegyük fel, hogy B -nek van egy k hosszúságú periódusa. Tekintsük B_0 -nak valamely, a k -nál több elemű olyan szeletét, amely már B periodikus részében van. Egy ilyen szelet első k eleme az 1, 2, 3 elemek ciklikus ismétlésével áll elő, ezért ha B periodikus volna, a periódusa is ilyen tulajdonságú lenne. B_0 szeletei a képzési szabály szerint rendre 1,2; 3,1; 2,3 végződésűek, így a szeletvég-szeletkezdet határokon rendre a 2, 1, az 1, 1 és a 3, 1 elempárok fogják egymást ciklikusan váltogatni. Viszont ha k osztható 3-mal, akkor az első két elempár nem léphet fel a periodikus részben, de ha k nem osztható 3-mal, akkor is csak vagy az egyik vagy a másik, így B sem lehet periodikus.

Nyilvánvaló, hogy a B sorozatnak megvannak az alábbi tulajdonságai:

- a) 1-es elemét nem követi 3-as elem,
- b) 3-at nem követi 2,
- c) nincs benne 4,
- d) nincs benne két szomszédos 2-es,
- e) nincs benne két szomszédos 3-as.

Tegyük fel, hogy C periodikus valamely k hosszúságú periódussal. Képzeljük el A -t, B -t és C -t egymás alá leírva, így az azonos sorszámú elemek egymás alá kerülnek, éppen úgy, ahogy ez C származtatásához szükséges. Tekintsük C -nek egy olyan, k hosszúságú részét, mely már a periodikus részében van, és amely fölött A -ban csupa 0 van. (Ez megtehető, elég A_0 egy a k -nál nagyobb elemszámú szeletének alkalmas részét kiválasztani.) A kiválasztott rész B -ben ugyanaz, mint C -ben, ezért ha C periodikus, akkor periodikus részében szintén megtalálhatók az a)–e) tulajdonságok.

Vizsgáljuk meg, hogyan viselkedik C az A -beli 1-es jegyek alatt (mint már mondtuk, ebből végtelen sok van). Két esetet különböztetünk meg: **1.** Az A -beli 1-es egy B_0 -beli szeletnek nem az utolsó eleme fölé kerül; **2.** Az A -beli 1-es egy B_0 -beli szelet utolsó eleme fölé kerül.

Az első esetben a B -beli 1, 2 elempárból C -ben a 2, 2, ill. az 1, 3 elempár adódik, ellentmondva d)-nek, ill. a)-nak; a 2, 3 elempárból 3, 3, ill. 2, 4; a 3, 1 elempárból 4, 1, ill. 3, 2, ellentmondva rendre az e), c), c), b) tulajdonságnak.

A második esetben a szelethatáron – amit fölemelt vesszővel fogunk jelölni – B -ben az 1, 2' 1, a 3, 1' 1 és a 2, 3' 1 elemhármasok lehetségesek. Ezekből C -ben rendre a következő elemhármasok képződnek:

- 1, 3' 1, ellentmondva a)-nak;
- 3, 2' 1, ellentmondva b)-nek;
- 2, 4' 1, ellentmondva c)-nek.

Ezek szerint C sem periodikus sorozat.

Füredi Zoltán, Vajnági András, Várady Tamás

Jutalmul 50 Ft-os könyvutalványt kapott *Lempert László, Göndöcs Ferenc.*