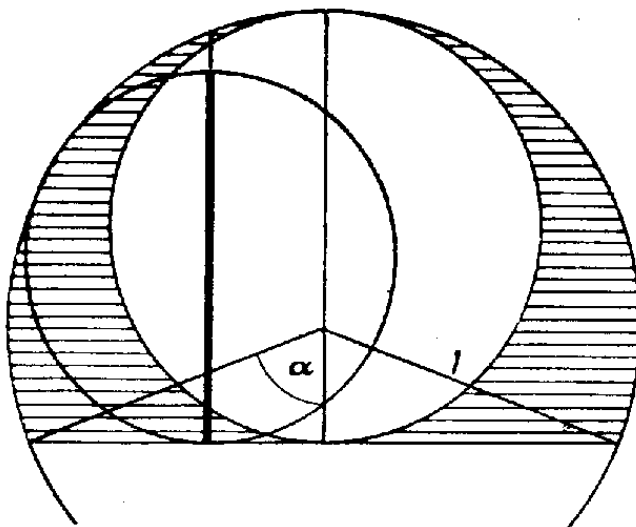


A kör sugarát 1-nek választjuk, és a kérdéses húrt a hozzá tartozó  $2\alpha (< \pi)$  középponti szöggel határozzuk meg. A szeletbe beírt – vagyis mind a húrt, mind az ívet érintő – kör átmérője nem lehet nagyobb, mint a húr az érintkezési pontban állított merőlegesnek a szeletbe eső szakasza. Ez a szakasz akkor a legnagyobb, ha rajta van a szelet szimmetriatengelyén, és ebben a helyzetben a szakasz, mint átmérő fölé írt kör egyszersmind maga a beírt kör; ezt kell tehát tekintenünk.



A körszelet területe  $\pi - (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)$ , a beírt kör területe  $\pi(1 + \cos \alpha)^2/4$ , ezekből a kérdéses terület kifejezése így alakítható:

$$t = \frac{3\pi}{4} - \alpha - \frac{\pi}{2} \cos \alpha - \frac{\pi}{4} \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha.$$

A kívánt maximumot a derivált eltűnése alapján keressük.

$$\begin{aligned} t' &= -1 + \frac{\pi}{2} \sin \alpha + \frac{\pi}{2} \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \\ &= \frac{\pi}{2} \sin \alpha \left( 1 + \cos \alpha - \frac{4}{\pi} \sin \alpha \right) = \\ &= \frac{\pi}{2} \sin \alpha \left( 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \frac{8}{\pi} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \right) = \\ &= \pi \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} \left( \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{4}{\pi} \sin \frac{\alpha}{2} \right). \end{aligned}$$

Ennek az első két (változó) tényező eltűnéséből adódó zérushelyei számunkra. érdektelenek:  $\sin \alpha = 0$  esetén  $\alpha = 0$ , a húr hossza 0, a szelet azonos az adott körrel, a beírt kör ezt egészen kitölti, a vizsgált terület 0;  $\cos \alpha/2 = 0$  gyöke pedig nem a figyelembe vett tartományba esik. A zárójeles tényező akkor és csak akkor tűnik el, ha

$$(1) \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{4} \approx 0,5708.$$

Ezen a helyen a derivált csökkenve halad át, mert a zárójelben  $\cos \alpha/2$  csökken, ugyanígy a második tag is, hiszen  $\sin \alpha/2$  növekvő, az elől álló tényezők pedig pozitívak. Eszerint az (1)-gyel meghatározott szög esetében a vizsgált területnek maximuma van.

A maximum helyén a húr hossza

$$2 \sin \alpha = \frac{4 \operatorname{tg} \alpha/2}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha/2} = \frac{16\pi}{16 + \pi^2} \approx 1,943$$

$$(\alpha = 76^\circ 17,5').$$