

Az N szám tízes számrendszerbeni alakját kettévágva a szétválasztás előtti jegysorozattal írt szám legyen P , az utána álló jegysorozattal írt szám Q , és a szétvágás után álló jegyek száma q . Ekkor N kétféle felírása:

$$P \cdot 10^q + Q = 2 \cdot P \cdot Q,$$

vagy átalakítva

$$(1) \quad (2P - 1)Q = P \cdot 10^q.$$

Eszerint $2P - 1 > 1$, mert $Q < 10^q$ és osztója a jobb oldalnak; mivel pedig P -hez relatív prím, így csak 10^q páratlan osztója lehet, ami azt jelenti, hogy

$$2P - 1 = 5^r, \quad P = \frac{5^r + 1}{2}, \quad \text{ahol } 1 \leq r \leq q.$$

Ekkor (1)-ből

$$5^r \cdot Q = 2^{q-1} \cdot 5^q (5^r + 1), \quad Q = 2^{q-1} \cdot 5^{q-r} (5^r + 1).$$

Itt Q legfeljebb q jeggyel írható, mert (1)-ből

$$Q = \frac{P}{2P - 1} \cdot 10^q = \frac{1}{2 - 1/P} \cdot 10^q < 10^q, \quad \text{ha } P > 1.$$

A keresett N szám

$$\begin{aligned} N &= 2 \cdot P \cdot Q = 2^{q-1} \cdot 5^{q-r} \cdot (5^r + 1)^2 \\ &= 2^q \cdot 5^{q-r} \cdot \frac{5^r + 1}{2} \cdot 5^r + 2^{q-1} \cdot 5^{q-r} (5^r + 1) = 10^q \cdot P + Q, \end{aligned}$$

és ez akkor és csak akkor négyzetszám, ha $q - 1$ és $q - r$ páros, azaz ha q is, r is páratlan.

Ha $r < q$, akkor Q végén $q - r$ számú 0 számjegy áll. Könnyen látható, hogy ezek elhagyásával, a szétvágást ugyanott alkalmazva, a keletkező N' szám is megfelel a feltételeknek, így elég az $r = q$ esethez tartozó megoldásokat tekinteni. Ezek $q = 1, 2, 3, 4$ esetén rendre

$$N = 3|6(=6^2), \quad 13|52, \quad 63|504(=252^2), \quad 313|5008.$$

Váradi József (Budapest, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)

Szabó György (Nyíregyháza, Vasvári P. Gimn., III. o. t.)