

Megoldás a feladat b) részéhez¹. A rácspontok bejárásához használt útvonalat a P_k pontokkal egymáshoz hasonló darabokra vágtuk, így elég ezek egyikét, mondjuk a $P_k P_{k+1}$ töröttvonalat vizsgálunk. A P_k ponthoz az

$$N(k) = (2k - 1)^2 + 1$$

számot rendeltük, így az N -nel jelzett pont akkor lesz ezen az útszakaszon, ha

$$(2k - 1)^2 + 1 \leq N \leq (2k + 1)^2 + 1,$$

azaz

$$(1) \quad \frac{\sqrt{N-1}-1}{2} \leq k \leq \frac{\sqrt{N-1}+1}{2}.$$

A $P_k P_{k+1}$ útvonal origótól legtávolabbi pontja maga a P_{k+1} végpont, melynek origótól mért távolsága (1) alapján

$$D_k = (k + 1)\sqrt{2} \leq \frac{\sqrt{N-1}+3}{2} \cdot \sqrt{2} = \frac{\sqrt{N-1}+3}{\sqrt{2}}.$$

Az útvonal origóhoz legközelebbi pontjának abszcisszája $(-k+1)$, ordinátája vagy $+1$ vagy -1 , így az útvonal minden pontjának az origótól mért távolsága legalább $(k-1)$:

$$d_k = \sqrt{(k-1)^2 + 1} > k-1 \geq \frac{\sqrt{N-1}-3}{2}.$$

Az N természetes számmal jelzett pont origótól mért $d(N)$ távolsága tehát a

$$\frac{\sqrt{N-1}-3}{2} \leq d(N) \leq \frac{\sqrt{N-1}+3}{\sqrt{2}}$$

korlátok közé esik.

¹Az *a)* rész megoldását lásd a K. M. L. 38 (1969) 218–219. o., – annak eredményeit és jelöléseit itt megismétlésük nélkül használjuk fel, javasoljuk tehát, hogy az érdeklődők előbb olvassák el a mondott megoldást