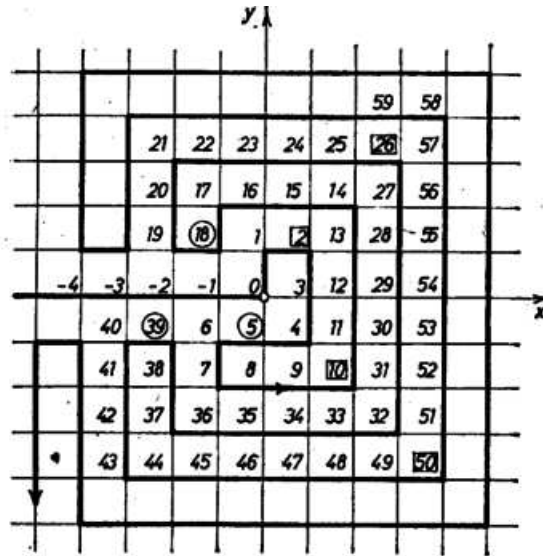


a feladat a) részére. Tájékozódásul beírjuk az útvonal első 59 rácpontjához tartozó lépésszámokat a koordináta-rendszerbe¹ (1. ábra).

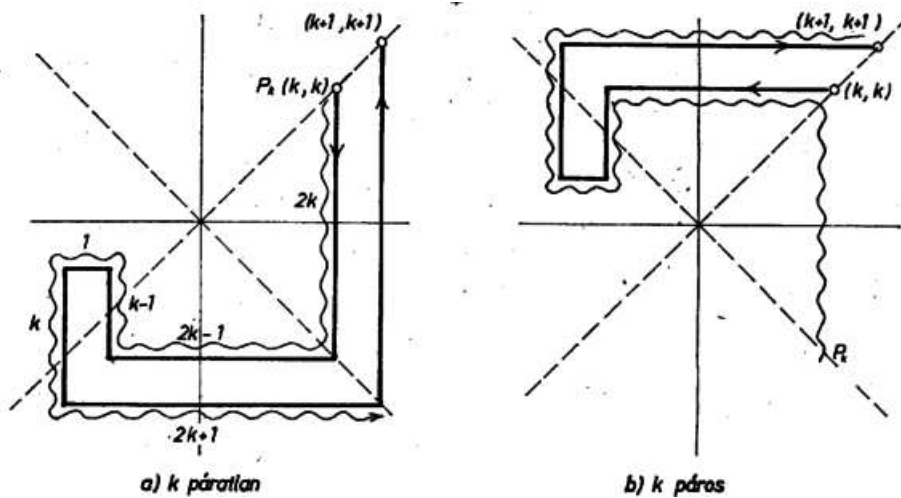


1. ábra

A (k, k) rácpontokhoz rendelt számok k első 5 értékére:

$$(1) \quad 2, 14, 26, 58, 82, \dots$$

Ezekbe a pontokba a bolyongás során nem azonos irányból érkezünk meg: a 2., 26., 82., ... pontba balról futunk be, a 14., 58., ... pontba pedig alulról. Ennek megfelelően a (k, k) pontból a $(k+1, k+1)$ pontig futó útvonalszám is kétféle aszerint, hogy k páratlan-e vagy páros (2. ábra). Az első esetben lefelé indulunk, a másodikban balra.



2. ábra

A kétféle útvonalszám jobban hasonlítana egymáshoz, ha az első útvonalszám utolsó szakaszát elhagynánk, a másodikat pedig kiegészítenénk egy megfelelő kezdő útszakasszal; a módosított útvonalszám az ábra hullámos vonallal mutatja. Így a (k, k) pontot a $(k, -k)$ ponttal helyettesítjük, ha k páros, jelöljük ezt a pontot P_k -val; ha pedig k páratlan, P_k jelölje az eredeti (k, k) pontot. Így a P_k pontok $N(k)$ sorszámai k első 5 értékére:

$$(2) \quad 2, 10, 26, 50, 82, \dots$$

A P_k pontból indulva ($k > 1$ esetén) először annak a Q_k négyzetnek a területén haladunk, melynek P_k az egyik csúcsa és középpontja az origó. Függőlegesen $2k$ lépést, majd vízszintesen 1-gyel kevesebbet, $2k-1$ lépést teszünk meg, és áttérünk a P_{k-1} -re támaszkodó Q_{k-1} négyzetre, $k-1$ lépés után az x tengely mellé érünk, visszatérünk Q_k peremére 1

¹ A kitűzés eredeti ábráján a számok csak 7-ig voltak beírva. (Szerk.)

lépéssel, azon függőlegesen haladva k lépéssel elérjük Q_{k+1} peremét és ennek vízszintes szakaszán fejezzük be utunkat, $2k + 1$ lépéssel elérjük P_{k+1} -et. A P_k -ből P_{k+1} -be vezető útvonalszám tehát

$$2k + (2k - 1) + (k - 1) + 1 + k + (2k + 1) = 8k$$

lépésből áll, azaz

$$(3) \quad N(k + 1) - N(k) = 8k.$$

Közvetlenül leszámolhatjuk, hogy az eredmény $k = 1$ esetén is érvényes.

Mármint a (3) egyenletet $k = 1, 2, \dots, l - 1$ esetére felírva és összeadva kapjuk, hogy

$$(4) \quad \begin{aligned} N(l) - N(1) &= 8 \cdot 1 + 8 \cdot 2 + \dots + 8(l - 1) = 4l^2 - 4l, \\ N(l) &= 4l^2 - 4l + 2, \end{aligned}$$

hiszen $N(1) = 2$.

Ha l páratlan, akkor P_l az (l, l) ponttal azonos; tehát (4) megadja a keresett sorszámot. Ha l páros, az (l, l) pontot csak P_l , után $2l$ lépéssel érjük el, így végül az (l, l) pont $M(l)$ sorszáma:

$$(5) \quad M(l) = \begin{cases} N(l) = 4l^2 - 4l + 2, & \text{ha } l \text{ páratlan,} \\ N(l) + 2l = 4l^2 - 2l + 2, & \text{ha } l \text{ páros.} \end{cases}$$

Megoldotta a feladat *a)* részét: Beek József, Horváth László, Reviczky János.

A feladat *b)* részére nem érkezett megoldás, így annak megoldását e szám feladataival együtt elfogadjuk.