

Bebizonyítjuk, hogy ha m és n közül legalább az egyik páros, akkor a kezdőnek, ha pedig m és n páratlan, akkor a második játékosnak van nyerő stratégiája.

Vizsgáljuk először azt az esetet, amikor m és n közül valamelyik páros. A szimmetria miatt feltehetjük, hogy ez m . Osszuk fel a sakktáblát 2×1 -es téglalapokra:

Most mutatunk egy olyan stratégiát, amivel a kezdő biztosan nyer.

Lépjen mindig annak a téglalapnak a másik mezőjére, ahol a király áll. Ha ezt a taktikát követi, a következőket éri el:

- az ő lépése után minden egyes téglalapnak vagy mindkét mezőjén járt a király, vagy pedig egyikén sem;
- a második játékosnak mindig olyan 2×1 -es téglalapba kell lépnie, ahol még nem járt a király;
- ha a második játékos lépett, akkor a király olyan téglalapban áll, amelynek másik mezője még szabad;

Mivel a sakktábla mezői előbb-utóbb elfognak, a kezdő pedig mindig tud lépni, a második játékos veszít.

Most azt az esetet vizsgáljuk meg, amikor m és n páratlan.

Osszuk fel a táblának a bal felső, kiindulási mezőt nem tartalmazó részét 2×1 -es és 1×2 -es téglalapokra. Ezt megtehetjük úgy, hogy az első sorból megmarad $n - 1$ mezőt 1×2 -es, a többi $(m - 1) \times n$ mezőt pedig 2×1 -es téglalapokra osztjuk.

Ha most a második játékos követi az előbbi stratégiát, akkor ő nyer, mert mindig a kezdőnek kell új téglalapba lépni, aminek ő rögtön rálép a másik mezőjére.

Megjegyzés. Az, hogy kinek van nyerő stratégiája, nem függ attól, hogy honnan indul a király. Az első esetben a bizonyítás szóról szóra elismételhető.

A második esetben módosítani kell a bizonyítást, mert a tábla maradék része (ha nem ugyanannyi sötét és világos mezőből áll), nem osztható fel mindig 2×1 -es és 1×2 -es téglalapokra. Ha viszont átlós helyzetű mezőpárokat is felhasználunk, a felosztás mindig elvégezhető.

