

Rendesen (vagyis nem maradéknak) a $(2k-1)$ -edik osztási lépésben $2k-1$ tallért kap az első, illetve a $2k$ -adikban $2k$ -t a második rabló.

Jelölje n a zsákban lévő tallérok számát.

Ha *rendesen* (nem maradék) jut a másodiknak, de már nem jut az elsőnek, akkor a második például $2+4+6+\dots+(2k-2)=(k^2-k)$ -t kapott, míg az első $1+3+5+\dots+(2k-3)+r=(k-1)^2+r$ -et, ahol $0 \leq r < 2k-1$. Kaphatott kevesebbet, többet, sőt ugyanannyit is, mint a második:

$$\begin{aligned} (k-1)^2 + r &< k^2 - k, & \text{ha } 0 \leq r < k-1; & \text{ekkor } 2k^2 - 3k + 1 \leq n < 2k^2 - 2k; \\ (k-1)^2 + r &= k^2 - k, & \text{ha } r = k-1; & n = 2k^2 - 2k = 2k(k-1); \\ (k-1)^2 + r &> k^2 - k, & \text{ha } k-1 < r < 2k-1; & 2k^2 - 2k < n < 2k^2 - k. \end{aligned}$$

Ha viszont *rendesen* jut az elsőnek, de már nem jut a másíknak, akkor az első például $1+3+\dots+(2k-1)=k^2$ -et kapott, míg a második $2+4+6+\dots+(2k-2)+r=k^2-k+r$ -et, ahol $0 \leq r < 2k$. Ő is kaphatott kevesebbet, többet vagy ugyanannyit, mint az első:

$$\begin{aligned} k^2 &> k^2 - k + r & \text{ha } 0 \leq r < k; & \text{itt } 2k^2 - k \leq n < 2k^2; \\ k^2 &= k^2 - k + r & \text{ha } r = k; & n = 2k^2; \\ k^2 &< k^2 - k + r & \text{ha } k < r < 2k; & 2k^2 < n < 2k^2 + k. \end{aligned}$$

Másképpen nem is kaphattak volna ugyanannyi aranyat, hiszen valamelyik mindig *rendesen* kap.

Ezért tehát akkor *igazságos az osztzkodás*, ha az n valamely k -ra $2(k-1)k$ vagy $2k^2$ -tel egyenlő. (A „következő” n pl. $2k(k+1) = 2k^2 + 2k$.)

A fentiek szerint az első rabló két esetben járhat jól: ha $2k^2 - 2k < n < 2k^2 - k$, illetve ha $2k^2 - k \leq n < 2k^2$, rövideien tehát ha $2k^2 - 2k = 2 \cdot (k-1) \cdot k < n < 2 \cdot k^2$ tallér volt a zsákban.

Minden más (nem igazságos) osztzkodás esetén a másik rabló jár jól: tehát, ha $2k^2 < n < 2k^2 + 2k$ tallér volt a zsákban.

Megjegyzés. $2k^2 - 2k = \left\lfloor \frac{(2k-1)^2}{2} \right\rfloor$ és $2k^2 = \left\lfloor \frac{(2k)^2}{2} \right\rfloor$ miatt azt mondhatjuk, hogy ha n egy négyzetszám felének egészrésze, akkor *igazságos az osztzkodás*, míg ha n egy páratlan és egy páros négyzetszám felének egészrésze közé esik, akkor az első, fordított esetben a második rabló jár jól.