

Mivel x és y pozitív számok, azért $x^3 + y^3$ is pozitív, így szükségképpen $x > y$. Nyilvánvaló, hogy $x^3 + y^3 > x^3 - y^3$; a jobb oldalt szorzattá alakítva, a bal oldalon pedig a feltételt alkalmazva:

$$x - y > (x - y)(x^2 + xy + y^2).$$

Az $x - y$ pozitív, ezért leosztáskor az egyenlőtlenség iránya nem változik:

$$1 > x^2 + xy + y^2,$$

s minthogy $x > 0$, $y > 0$, így $xy > 0$, tehát

$$1 > x^2 + y^2,$$

ami a bizonyítandó állítás.

Homoki István (Nyíregyháza, Krúdy Gy. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az állítás nem élesíthető, azaz tetszőleges $\varepsilon > 0$ esetén megadható olyan $x, z > 0$, hogy (az eredeti feltételek teljesülése mellett)

$$1 - \varepsilon < x^2 + y^2 < 1.$$

Például az $x = \sqrt{1 - \varepsilon}$ választás ($\varepsilon < 1$) megfelelő. Az egyenletet rendezve

$$y^3 + y = -x^3 + x = \sqrt{1 - \varepsilon}(1 - 1 + \varepsilon) = \varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon}.$$

Az egyenletben $y = 0$ esetén

$$y^3 + y = 0 < \varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon},$$

viszont $y = \sqrt{\varepsilon}$ esetén

$$y^3 + y = \sqrt{\varepsilon}(1 + \varepsilon) > \sqrt{\varepsilon + \varepsilon^3} > \sqrt{\varepsilon^2} > \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon^3} = \varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon},$$

azaz létezik a feltételeknek eleget tevő y a $(0; \sqrt{\varepsilon})$ intervallumban, s ekkor

$$1 > x^2 + y^2 > 1 - \varepsilon.$$