

Igen, ki lehet. Rajzoljunk a síkon egymással párhuzamos („vízszintes”), egymástól $\frac{\sqrt{3}}{2}$ távolságra felvátva piros és kék egyeneseket, majd az egyenesek által meghatározott (egyik szélükön nyílt, a másikon zárt) sávokat is színezzük felváltva pirosra és kékre.

Legyen ABC egy tetszőleges, egységnyi oldalú szabályos háromszög a síkon. Vetítsük a háromszög csúcsait egy olyan („függőleges”) e egyenesre, amely merőleges a sávhatároakra, legyenek a vetületek A' , B' és C' . Feltehetjük, hogy a három pont közül

1. ábra

B' van középen (esetleg egybeesik C' -vel.) Az A -ból CC' -re állított merőleges talppontja legyen T , BC felezőpontja pedig F . Feltevésünk miatt ekkor $AF \leq AT \leq AC$. Így $\frac{\sqrt{3}}{2} \leq AT = A'C' \leq 1 < 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$. Ez azt mutatja, hogy A' és C' különböző sávokban esnek, és e sávok szomszédosak vagy másodszomszédosak egymással. Az előbbi esetben A' és C' és így A és C különböző színűek. A második esetben megmutatjuk, hogy B az A -t és C -t tartalmazó sávok közös szomszéd-sávjában fekszik. Tegyük fel ugyanis, hogy B például ugyanabban a sávban van, mint C . Ekkor az ő közös sájukban kell lennie F -nek is, de akkor a középső sávot átszelő AF szakasz hossza nagyobb lenne a sáv szélességénél, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ -nél. Ez ellentmondás, tehát B az A -val szomszédos sávban lévén, A -tól különböző színű.

