

A feladatot a következő állítás segítségével fogjuk megoldani:

Ha egy iskolában a három nyelv mindegyikét pontosan $2n$ -en beszélik, akkor kiválasztható közülük néhány tanuló úgy, hogy közülük pontosan 2 beszélje az egyes nyelveket.

Ez valóban elegendő, hiszen ezt az állítást alkalmazva $2n = 50$ -nel, majd a megmaradtakra $2n = 48$ -cal és így tovább, majd a létrejött 25 csoportot ötösével összefogva, a kívánt tulajdonságú csoportokat kapjuk. Mivel azok, akik egyik nyelvet sem beszélik, bárhová beoszthatók, azért feltehető, hogy ilyenek nincsenek is.

Jelölje a csak angolul tudók halmazát a , számát N_a ; hasonlóan értelmezzük az f, n, an, af, fn, afn halmazokat és az $N_f, N_n, N_{af}, N_{fn}, N_{afn}$ számokat. A szétosztást a következő esetekre lebontva végezzük:

1. $N_{af} \neq 0, N_{an} \neq 0, N_{fn} \neq 0$. Ekkor egy af -beli, egy an -beli és egy fn -beli gyerek megfelel.
2. $N_{af} = 0, N_{an} \neq 0, N_{fn} \neq 0$. Ekkor látható, hogy $N_{afn} + N_{an} + N_a$ gyerek tud angolul, míg németül $N_n + N_{fn} + N_{an} + N_{afn}$, azaz $N_{afn} + N_{an} + N_a = N_n + N_{afn} + N_{an} + N_{fn} > N_n + N_{afn} + N_{an} \leq N_{afn} + N_{an}$, amiből $N_a \leq 1$. Hasonlóan $N_f \leq 1$, így egy an -beli, egy fn -beli, egy a -beli és egy f -beli megfelel.
3. $N_{fn} \neq 0, N_{afn} \neq 0, N_{an} = N_{af} = 0$. Ekkor angolul $N_a + N_{afn}$ gyerek beszél, németül pedig $N_{fn} + N_{afn} + N_n$, vagyis $N_a + N_{afn} = N_n + N_{afn} + N_{fn} > N_{afn}$, azaz $N_a \geq 1$. Ekkor egy a -beli, egy fn -beli lesz jó.
4. $N_{fn} \neq 0, N_{afn} = N_{an} = N_{af} = 0$.
 - a) $N_{fn} \geq 2$. Ilyenkor angolul N_a gyerek tud, azaz $N_a = 2n \geq 2$, s így két a -beli és két fn -beli megfelel.
 - b) $N_{fn} = 1$. Ekkor szintén $N_a \geq 2$, valamint a németül tudók számára $2n = N_{fn} + N_n = 1 + N_n$, amiből $N_n > 1$, választhatunk tehát két a -belit, egy-egy n -, f és fn -belit.
5. $N_{an} = N_{af} = N_{fn} = 0$.
 - a) $N_{afn} \geq 2$. Ekkor válasszunk két afn -belit.
 - b) $N_{afn} = 1$. A 4.b) esethez hasonlóan látható, hogy ekkor $N_a \geq 1, N_n \geq 1, N_f \geq 1$, azaz választhatunk egy-egy afn -, a -, és f -belit.
 - c) $N_{afn} = 0$. Ekkor $N_a = 2n \geq 2, N_f \geq 2, N_n \geq 2$; vegyünk e három halmazból 2-2 gyereket.

Mivel az egyes nyelvek szerepe felcserélhető, azért az összes esetet felsoroltuk: ha az N_{af}, N_{fn}, N_{an} egyike sem 0; egyikük 0; kettő 0 és $N_{afn} \neq 0$; valamint ha mindhárom 0. Ezzel beláttuk segédállításunkat, s az elején mondottak szerint a feladatot is megoldottuk.

