Vegyünk a_1 darab a_1-es számot,a_2 darab a_2-est, $\ldots$, a_n darab a_n-est, tehát tekintsük a következő sorozatot:

$$\underbrace{a_1, a_1, \ldots, a_1}_{a_1 \text{ db}}, \underbrace{a_2, a_2, \ldots, a_2}_{a_2 \text{ db}}, \ldots, \underbrace{a_n, a_n, \ldots, a_n}_{a_n \text{ db}}.$$

Ezeknek a számoknak a harmonikus közepe

$$H = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{\underbrace{\frac{1}{a_1} + \ldots + \frac{1}{a_1}}_{a_1 \text{ darab}} + \ldots + \underbrace{\frac{1}{a_n} + \ldots + \frac{1}{a_n}}_{a_n \text{ darab}}} = \frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{n},$$

mértani közepe

$$G = \sqrt[a_1+a_2+\ldots+a_n]{a_1^{a_1} \cdot a_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{a_n}},$$

számtani közepe

$$A = \Big\{ \underbrace{(a_1 + \ldots + a_1)}_{a_1 \text{ darab}} + \ldots + \underbrace{(a_n + \ldots + a_n)}_{a_n \text{ darab}} \Big\} \Big/ (a_1 + a_2 + \ldots + a_n) =$$

$$= \frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}.$$

Mivel az a_i-számok pozitívak, azért fennáll, hogy $H \le G \le A$. Ebbe a korábbi konkrét képleteket helyettesítve, majd – pozitív számokról lévén szó – $(a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$-edik hatványra emelve

$$\left(\frac{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}{2}\right)^{a_1+a_2+\ldots+a_n} \le$$

$$\le a_1^{a_1} \cdot a_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{a_n} \le$$

$$\le \left(\frac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{a_1 + a_2 + \ldots + a_n}\right)^{a_1+a_2+\ldots+a_n},$$

vagyis éppen a bizonyítandó állítás adódik. Az eddigiekből az is megállapható, hogy egyenlőség pontosan akkor áll fenn, ha

$$a_1 = a_2 = \ldots = a_n.$$

Koblinger Egmont (Fazekas M. Főv. Gyak. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján