

Jelöljük x_i -vel azt a számot, amelyre az i számot kimondó ember gondolt ($i = 1, 2, \dots, 10$).

Ekkor a következő egyenleteket írhatjuk föl:

$$\begin{array}{ll}
 (1) & \frac{x_2 + x_4}{2} = 3, \\
 (2) & \frac{x_4 + x_6}{2} = 5, \\
 (3) & \frac{x_6 + x_8}{2} = 7, \\
 (4) & \frac{x_8 + x_{10}}{2} = 9, \\
 (5) & \frac{x_{10} + x_2}{2} = 1, \\
 (6) & \frac{x_1 + x_3}{2} = 2, \\
 (7) & \frac{x_3 + x_5}{2} = 4, \\
 (8) & \frac{x_5 + x_7}{2} = 6, \\
 (9) & \frac{x_7 + x_9}{2} = 8, \\
 (10) & \frac{x_9 + x_1}{2} = 10.
 \end{array}$$

Nekünk x_6 értékére van szükségünk, amit például a következő módon határozhatunk meg. Adjuk össze az (1) – (5) egyenleteket:

$$\frac{2x_2 + 2x_4 + 2x_6 + 2x_8 + 2x_{10}}{2} = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25;$$

ebből az(1) és (4) összegének a kétszeresét kivonva

$$x_2 + x_4 + x_6 + x_8 + x_{10} - 2 \left(\frac{x_2 + x_4}{2} + \frac{x_8 + x_{10}}{2} \right) = 25 - 2(3 + 9).$$

A műveletet elvégezve $x_6 = 1$.

Hasonló módon kapható meg, hogy $x_2 = -3$, $x_4 = 9$, $x_8 = 13$, $x_{10} = 5$; valamint $x_1 = 6$, $x_3 = -2$, $x_5 = 10$, $x_7 = 2$, $x_9 = 14$. Ezek valóban megoldásai az (1) – (10) egyenletrendszernek. A feladat kérdésére tehát a válasz az 1.

Megjegyzés. A feladat teljes megoldásához nem elegendő pusztán x_6 értékének meghatározása. Szükség van annak igazolására is, hogy az egyenletrendszernek valóban létezik megoldása. Ha például x_2 értékét kellene a következő egyenletrendszerből meghatározni:

$$\begin{array}{ll}
 (11) & x_1 + x_3 = 1, \\
 (12) & 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\
 (13) & x_1 + x_2 + x_3 = 3,
 \end{array}$$

akkor (12)-ből (11) kétszeresét kivonva $x_2 = 0$, míg (13) kétszereséből (12)-t kivonva $x_2 = 4$, vagyis nincs a feltételnek eleget tevő x_2 .