

Jelöljük M -mel a háromszög magasságpontját, S -sel a súlypontját, csúcsait A , B és C -vel, ahol C az adott csúcs. Mivel a súlypont harmadolja a súlyvonalakat, az AB oldal F felezőpontját megkaphatjuk, ha a CS szakasz felét felmérjük a CS egyenesre az S pontból kiindulva. Az F pontból a CM magasságvonalra állított merőleges egyenes éppen a háromszög AB oldalegyenese. A kerületi szögek tételének jól ismert következménye, hogy az M magasságpontnak az AB egyenesre, illetve F -re vonatkozó M' és M'' tükörképe az ABC háromszög körülírt körén van. Szerkesszük meg tehát a $CM'M''$ – vagyis az ABC háromszög – körülírt körét, ez kimetszi az AB egyenesből a háromszög hiányzó két csúcsát.

Hátra van még néhány speciális eset, és a feladat megoldhatóságának vizsgálata.

1) Ha az M és C pontok egybeesnek (a háromszög derékszögű), akkor az AB oldal F felezőpontja éppen a háromszög körülírt körének középpontja.

1993-05-212-1.eps

1. ábra

1993-05-212-2.eps

2. ábra

2) Ha a C , M , S pontok egy egyenesen vannak, akkor a háromszög egyenlő szárú, az M' , M'' pontok egybeesnek, vagyis a $CM'M''$ háromszög elfajuló. Ekkor az ABC háromszög körülírt körének O középpontja a CM' szakasz felezőpontja.

A feladatnak pontosan egy megoldása van, ha az F pontból a CM egyenesre bocsájtott merőleges talppontja a CM szakaszon kívülre esik. Nincs megoldása, ha ez a talppont a CM szakasz belsejében van (illetve, ha egybeesik az M ponttal), hiszen ekkor az F pontból a CM egyenesre állított merőleges elválasztja egymástól a C és M pontokat.

Megjegyzés. A szerkesztés némileg egyszerűsödik, ha felhasználjuk azt, hogy egy háromszög magasságpontja (M), súlypontja (S) és körülírt körének középpontja (O) egy egyenesen van és S az OM szakasz O -hoz közelebb eső harmadolópontja. Ezt az egyenest a háromszög Euler–egyeneseinek nevezzük.