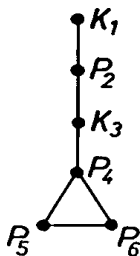
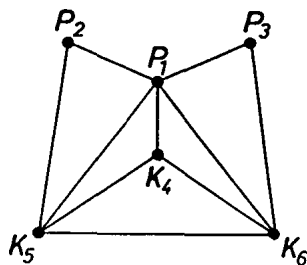


A pontok közti élek kétfélek lehetnek aszerint, hogy egyező, illetve különböző színű pontokat kötnek össze. Az előbbieket nevezzük  $A$ , az utóbbiakat  $B$  típusú éleknek.



Tekintsünk egy lépést. Tegyük föl, hogy az ennek során átszínezésre kiszemelt magányos pontból  $a$  darab  $A$  és  $b$  darab  $B$  típusú él indul ki. Ekkor – a magányos pont definíciója szerint –  $b > a$ . Az átszínezés után a pontból  $b$  darab  $A$  és  $a$  darab  $B$  típusú él indul ki. Tehát a  $B$  típusú élek száma (az egész gráfban!)  $b - a \geq 1$ -gyel csökkent. Mivel kezdetben véges sok  $B$  típusú él volt, azért csak véges számú lépést tehetünk; ez éppen azt jelenti, hogy néhány lépés után már nem lesz magányos pont.

Fazekas Borbála (Debrecen, KLTE Gyak. Ált. Isk., 8. o. t.)  
dolgozata alapján

*Megjegyzések.* 1. Nem véletlen, hogy a megoldás a különböző színű pontokat összekötő élek, nem pedig a magányos pontok számának lépésenkénti csökkenésére épült. Az 1. ábra grájában az egyetlen magányos pont –  $P_1$  – kékre színezésének eredményeként két új magányos pont keletkezik:  $P_2$  és  $P_3$ .

2. Bár a  $B$  típusú élek száma minden lépésben csökken, az eljárás végén nem válik feltétlenül nullává (azaz a végső gráf nem mindig „egyszínű”). A 2. ábrán egyetlen lépés elégséges a magányos pont megszüntetéséhez, ha  $P_2$  színét változtatjuk meg, és a kapott színezésben ugyanannyi pont piros, mint ahány kék!