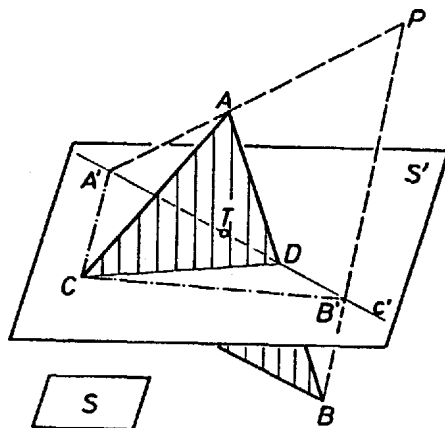
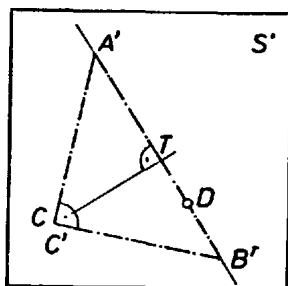


Megmutatjuk, hogy ha S nem párhuzamos az ABC síkkal, akkor mindig van megfelelő P pont.

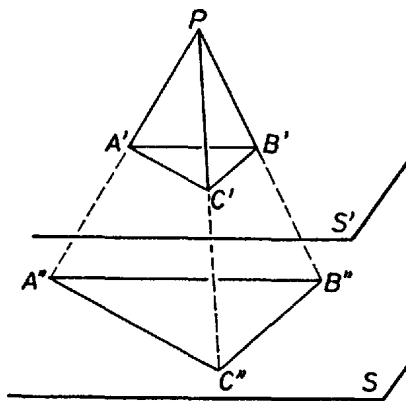


1. ábra



2. ábra

Legyen S' a C -n átmenő, S -sel párhuzamos sík, D pedig AB és S' dőéspontja (mivel ABC síkja nem párhuzamos S -sel, ezért D egyértelműen létezik, esetleg egybeesik A -val vagy B -vel, ha CA vagy CB párhuzamos S -sel). Az S' síkban D -n át vegyünk fel egy c' egyenest. A C -ből c' -re bocsátott merőleges talppontja legyen T , A' és B' pedig jelöljék a c' egyenes azon pontjait, melyekre $A'T = TB' = TC$ (2. ábra). Az $A'B'C$ háromszög egyenlő szárú és C -nél lévő szöge derékszög. Az AB és a c' egyenesek D -ben metszik egymást, ezért egy síkban vannak. Ugyanebben a síkban van az AA' és a BB' egyenes is. Legyen ezek metszéspontja P . (Ha $AA' \parallel BB'$, akkor a c' egyenes változtatásával elérhetjük, hogy a párhuzamosság megszűnjön.) A P pontból az ABC háromszöget S' -re vetítve az $A'B'C$ háromszöget kapjuk.



3. ábra

Könnyen belátható, hogy ha egy háromszöget egy, a síkjára nem illeszkedő pontból a síkjával párhuzamos síkra vetítünk, akkor az eredeti háromszög és a vetülete hasonló lesz (3. ábra). Vagyis, ha a PA' , PB' , PC egyenesek és S metszéspontja rendre A'' , B'' és C'' , akkor az $A''B''C''$ háromszög is egyenlő szárú és derékszögű. Viszont a P , A , A' , A'' a P , B , B' , B'' és a P , C , C'' pontok egy egyenesen vannak, tehát az $A''B''C''$ háromszög éppen az ABC háromszög P -ből S -re vetített képe.

Ha az ABC sík és S párhuzamos, akkor ABC minden S -en lévő vetülete hasonló ABC -hez, így csak akkor egyenlő szárú derékszögű, ha ABC is az.

Összefoglalva: mindig van megfelelő P pont, kivéve azt az esetet, amikor az ABC sík párhuzamos S -sel, és az ABC háromszög nem egyenlő szárú derékszögű háromszög.

Megjegyzés: Ugyanezzel a módszerrel belátható, hogy ha $ABC \nparallel S$, akkor az ABC S -en lévő vetülete tetszőleges előírt háromszöghöz hasonló lehet.