

Tegyük fel, hogy létezik hat ilyen egymás utáni szám. Mivel ezek 7-tel osztva különböző maradékot adnak, nem lehet köztük 7-tel osztható, hiszen akkor a két csoport közül pontosan az egyik elemeinek a szorzata lenne 7-tel osztható.

Ezek szerint a számok $7k + 1$, $7k + 2$, $\dots$, $7k + 6$ alakban írhatók fel. Mivel a két hármas csoport diszjunkt, ezért a hat szám szorzata az egyes csoportokban levő számok szorzatának a szorzata, tehát négyzetszám. Tudjuk továbbá, hogy a hat szám szorzata $7l + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 7l + 720 = 7l + 714 + 6 = 7(l + 102) + 6$ alakú.

Az egész számok négyzetei viszont a következő maradékokat adhatják 7-tel osztva: a $7m$ alakúak 0-t, a $7m \pm 1$ alakúak 1-et, a $7m \pm 2$ alakúak $2^2 = 4$ -et, a $7m \pm 3$ alakúak pedig $3^2 = 9$ -et, azaz 2-t. Tehát egy négyzetszám nem lehet $7m + 6$ alakú, vagyis a hat szám szorzata nem lehet négyzetszám. Ez ellentmondás, azaz nem létezik hat, a feladat feltételeit kielégítő egymás utáni természetes szám.