

A feladatban szereplő 20 helyett 16-ra bizonyítjuk be az állítást.

A kiválasztott 16 számból összesen  $\frac{16 \cdot 15}{2} = 120$  különböző pár alkotható. Mindegyik pár esetén a nagyobbik számból vonva ki a kisebbiket, a kapott eredmények közül legfeljebb 99 lehet különböző: a legkisebb lehetséges különbség 1, a legnagyobb pedig 99. Tehát a kivonásokat rendre elvégezve, legalább 21 ízben olyan eredményt kapunk, amely legalább kétszer fordul elő.

Ezekből néhány lehet

$$z - y = y - x$$

alakú egyezés. Ha kikötjük, hogy az  $y$  minden egyes ilyen „szimmetrikus” elrendezésben más-más legyen, akkor legfeljebb 14 ilyen  $(z, y, x)$  szám hármasunk lesz, hiszen a tizenhat szám legkisebbike és legnagyobbika nem fordulhat elő  $y$ -ként.

Marad tehát még legalább hét további ismétlődés. Ha ezek közül van még szimmetrikus számhármas, akkor annak középső száma, az  $y$  megegyezik valamelyik korábbi szimmetrikus hármas középső számával, azaz léteznek olyan  $z_1 \neq z_2$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,  $y$  számok, amelyekre  $z_1 - y = y - x_1$  és  $z_2 - y = y - x_2$ . Minthogy  $z_1 > y > x_1$  és  $z_2 > y > x_2$ , így nyilvánvalóan  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  négy különböző szám, amelyek  $z_1 + x_1 = 2y = z_2 + x_2$  miatt megfelelnek a feladat követelményének.

Ha a megmaradt (legalább) hét ismétlődés között nincs szimmetrikus számhármas, akkor az azonos különbségeket teljesen különböző számok adják; ezért található olyan, csupa különböző számból álló  $x, y, z, w$  négyes, amelyre  $x - y = z - w$ , azaz  $x + w = y + z$ .

*Megjegyzés.* Az 1, 2, 3, 5, 8, 21, 29, 37, 46, 60, 71, 83, 93 számsorozatról ellenőrizhető, hogy nem választható ki belőle megfelelő számnégyes. Tehát 16 helyett 13-ra már nem igaz a feladat állítása. Az, hogy 14-re vagy 15-re igaz-e, egyelőre nem ismeretes.