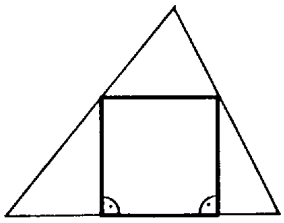
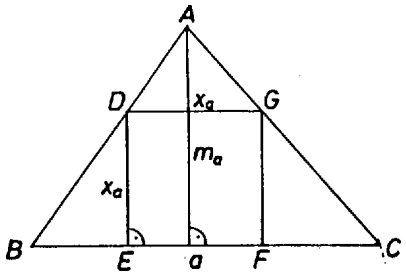
Mivel a háromszög hegyesszögű, ezért a négyzet egyik csúcsa sem eshet egybe a háromszög valamelyik csúcsával. A négyzet négy csúcsa közül kettőnek a háromszög ugyanazon oldalára kell illeszkednie, és ez a két csúcs a négyzet két szomszédos csúcsa kell hogy legyen. Ezért a négyzet csak az *1. ábrán* látható módon helyezkedhet el a háromszögben.



1. ábra

Jelöljük a háromszög csúcsait, oldalait és magasságszakaszait a szokásos módon A, B, C, a, b, c, m_a, m_b, m_c-vel. Az a oldalon álló négyzet oldalát jelöljük x_a-val, csúcsait pedig D, E, F, G-vel (*2. ábra*).



2. ábra

DG párhuzamos BC-vel, ezért a párhuzamos szelők tétele szerint $\dfrac{x_a}{a} = \dfrac{AD}{AB}$. A DE oldal pedig az A csúcshoz tartozó magassággal párhuzamos, ezért szintén a szelőtételt alkalmazva: $\dfrac{x_a}{m_a} = \dfrac{DB}{AB}$. E két egyenlőséget összeadva:

$$\frac{x_a}{a} + \frac{x_a}{m_a} = \frac{AD}{AB} + \frac{DB}{AB} = 1, \qquad \text{vagyis} \qquad x_a = \frac{a \cdot m_a}{a + m_a}.$$

(Ugyanígy számíthatjuk ki a b, illetve a c oldalon álló négyzet oldalának hosszát.) Elég megmutatnunk, hogy ha például $a \geq b$, akkor $x_a \leq x_b$, vagyis:

$$\frac{am_a}{a + m_a} \leq \frac{bm_b}{b + m_b}.$$

Tudjuk, hogy ha a háromszög területe T, akkor $a \cdot m_a = bm_b = 2T$.

$$b + m_b \leq a + m_a, \qquad \text{azaz}$$

$$0 \leq a - b + m_a - m_b = a - b + \frac{2T}{a} - \frac{2T}{b} = (a - b)\left(\frac{ab - 2T}{ab}\right).$$

Viszont $b > m_a$, ezért $ab > 2T$, tehát mindkét jobb oldali tényező nemnegatív.