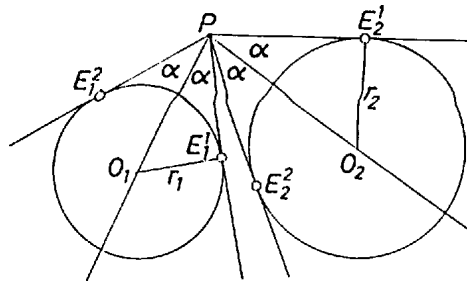


Legyenek a körök sugarai r_1, r_2, r_3 , középpontjaik pedig O_1, O_2 és O_3 . Először azon pontok halmazát határozzuk meg, amelyekből két kör egyenlő szögben látszik.

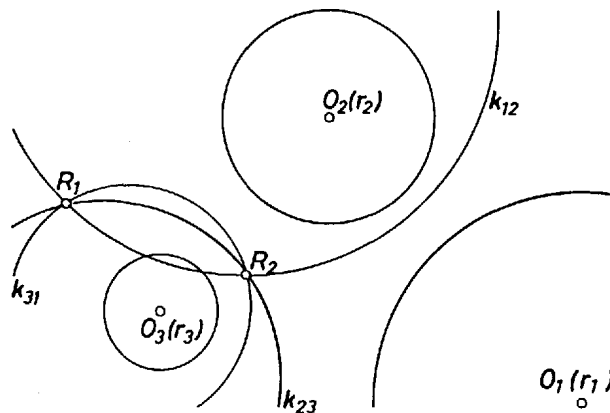


1. ábra

Tegyük fel, hogy a P pontból az O_1 és az O_2 középpontú körök egyenlő szögben látszanak. Legyenek a P -ből a körökhöz húzott érintők érintési pontjai E_1^1, E_1^2, E_2^1 és E_2^2 (1. ábra). Ekkor $\angle E_1^1 P E_1^2 = \angle E_2^1 P E_2^2$, és mivel $O_1 P$ és $O_2 P$ ezen szögek felezői, azért $\angle O_1 P E_1^1 = \angle O_2 P E_2^1$. Így az $O_1 E_1^1 P$ és az $O_2 E_2^1 P$ derékszögű háromszögek hasonlóak. A megfelelő oldalaik aránya:

$$(1) \quad \frac{O_1 P}{O_2 P} = \frac{O_1 E_1^1}{O_2 E_2^1} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Könnyen látható, hogy P -ből pontosan akkor látszik egyenlő szögben a két kör, ha (1) teljesül. Ez viszont éppen azt jelenti, hogy P rajta van az O_1 és O_2 pontokhoz és az $r_1 : r_2$ arányhoz tartozó Apollóniusz-körön ($r_1 = r_2$ esetén $O_1 O_2$ szakaszfelező merőlegesén).



2. ábra

Ezek alapján a keresett pont megszerkesztése már egyszerű: az O_1 és O_2 pontokhoz és az $r_1 : r_2$ arányhoz, valamint az O_2 és O_3 pontokhoz és az $r_2 : r_3$ arányhoz tartozó Apollóniusz-körök metszéspontjai lesznek a keresett pontok (ezekre az R pontokra $\frac{O_1 R}{O_2 R} = \frac{r_1}{r_2}$ és $\frac{O_2 R}{O_3 R} = \frac{r_2}{r_3}$ miatt $\frac{O_1 R}{O_3 R} = \frac{r_1}{r_3}$ is teljesül, vagyis ezek illeszkednek az O_1 és O_3 pontokhoz és az $r_1 : r_3$ arányhoz tartozó Apollóniusz-körre is.)

A megoldások száma 2, 1 vagy 0, attól függően, hogy a két körnek (szakaszfelező merőlegesnek) hány közös pontja van.