

Jelöljük az  $1991^m - 1$  szám törzstényezős felbontásában a 2 kitevőjét  $f(m)$ -mel. Ha  $m = 2^k \cdot p$  alakú, ahol a  $p$  páratlan szám, akkor  $(1991^m - 1)$ -et két  $p$ -edik hatvány különbségeként szorzattá alakítva az első tényező  $(1991^{2^k} - 1)$ , a második tényező pedig páratlan, így  $f(m) = f(2^k)$ , ahol tehát a  $k$  a 2 kitevője az  $m$  prímfelbontásában.

Mármost  $1991^{2^k} - 1$  szorzattá alakítható a következőképpen:

$$(1) \quad (1991^{2^{k-1}} + 1)(1991^{2^{k-2}} + 1) \dots (1991 + 1)(1991 - 1).$$

Ha  $r > 0$  és páros, akkor  $1991^r + 1$  osztható 2-vel, de 4-gyel nem, hiszen  $1991^r + 1 = (1992 - 1)^r + 1$  a 4-gyel osztva 2 maradékot ad. Mivel  $1992 = 2^3 \cdot 249$ ,  $1990 = 2 \cdot 995$ , ezért a fentiek alapján

$$f(2^k) = \begin{cases} 1, & \text{ha } k = 0, \\ k + 3, & \text{ha } k > 0. \end{cases}$$

Ez azt jelenti, hogy ha  $k$  jelöli az  $m$  kitevő prímtényezős felbontásában a 2 kitevőjét, akkor  $k = 0$  – tehát páratlan  $m$  kitevő esetén – a keresett  $f(m)$  kitevő értéke 1, egyébként pedig  $k + 3$ .