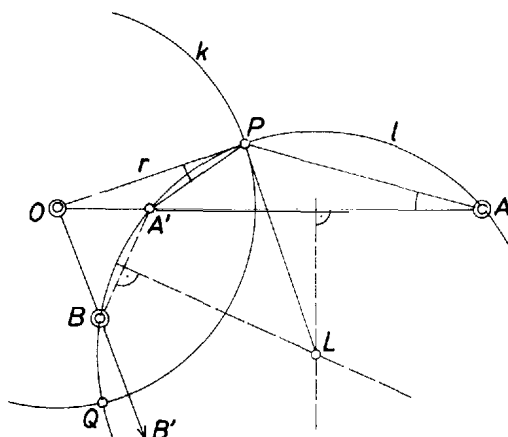


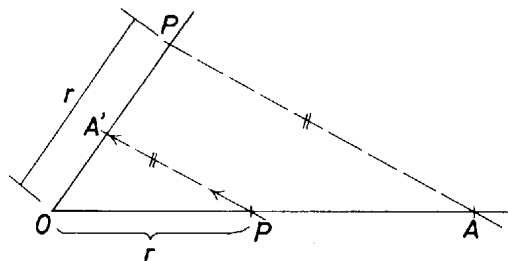
Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük az adott kört k -val, középpontját O -val, a szerkesztendő kört l -lel, a két adott pontot A -val és B -vel, k és l metszéspontjait P -vel és Q -val, az OA egyenes és l A -tól különböző metszéspontját pedig A' -vel.



1. ábra

Mivel k és l merőlegesen metszik egymást, ezért az OP egyenes érinti l -et. Az OPA' szög tehát az l kör PA' ívéhez tartozó érintőszárú kerületi szög, így megegyezik az ugyanehhez az ívhez tartozó OAP kerületi szöggel. Az OPA' és az OAP háromszögek hasonlóak, hiszen a POA szög közös, egy-egy további szögük pedig egyenlő. Ezért megfelelő oldalaik aránya megegyezik:

$$(1) \quad \frac{OP}{OA} = \frac{OA'}{OP}.$$



2. ábra

Ezt felhasználva az OA' szakaszt a „negyedik arányos” ismert szerkesztésével kaphatjuk (2. ábra).

A szerkesztés menete: Az OA és OP ismeretében megszerkesztjük OA' -t. Az OA félegyenesre O -ból felmérjük OA' -t, így kapjuk az A' pontot. Végül az A, B, A' pontokra illeszkedő kört szerkesztjük meg.

Az így szerkesztett l kör esetén az (1) összefüggés teljesül, tehát az OPA' és az OAP háromszögek hasonlóak – megegyezik két-két oldaluk aránya és az azok által bezárt szög –, tehát $OPA' \sphericalangle = OPA \sphericalangle$, amiből következik, hogy OP érinti l -et, vagyis l és k merőlegesen metszi egymást.

A feladatnak egy megoldása van, ha O, A és B nem kollineárisak. Ha O, A és B kollineárisak és A' különbözik B -től, akkor nincs megoldás; ha pedig A' egybeesik B -vel, akkor az A -n és A' -n átmenő bármely kör megfelelő.

Molnár-Sáska Gábor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.) dolgozata alapján

Megjegyzés. Az A' ponthoz hasonlóan szerkeszthetjük meg azt a B' pontot, amelyre $\frac{OP}{OB} = \frac{OB'}{OP}$. Ezekre a pontokra $OP^2 = OA \cdot OA' = OB \cdot OB'$. (Ezt az értéket az O pont l -re vonatkozó hatványának nevezzük.) Könnyen belátható, hogy az A, B, A', B' pontok egy körön vannak, azaz természetesen ugyanazt a kört kapjuk, ha az A, A' pontpár helyett a B, B' párt használjuk a szerkesztés során.