

Ismeretes, hogy a 2 pozitív egész kitevős hatványainak utolsó jegyei periodikusan ismétlődnek. Egy periódus hossza 4, az ismétlődő jegyek pedig: 2, 4, 8, 6. Ha n páratlan, akkor 2^n 2-re vagy 8-ra végződik, és így páratlan kitevő esetén $2^n + 65$ utolsó jegye 7, ill. 3. Mivel négyzetszám utolsó jegye nem lehet sem 3, sem 7, n biztosan nem páratlan.

Legyen most $n = 2k$, ahol k pozitív egész. Lehet-e valamely x pozitív egészre:

$$2^{2k} + 65 = x^2,$$

azaz

$$65 = x^2 - (2^k)^2 = (x - 2^k)(x + 2^k).$$

Mivel $x + 2^k$ és $x - 2^k$ pozitív egész szám, ezért a 65 osztóinak kell lenniük. De $x - 2^k < x + 2^k$, tehát a következő esetek lehetségesek:

$$x - 2^k = 1, \quad x + 2^k = 65;$$

$$x - 2^k = 5, \quad x + 2^k = 13.$$

A két egyenletrendszert megoldva a következő eredményt kapjuk:

$$x = 33, \quad 2^k = 32, \quad k = 5, \quad n = 10;$$

$$x = 9, \quad 2^k = 4, \quad k = 2, \quad n = 4.$$

Tehát $n = 4$ és ekkor $2^n + 65 = 9^2$, vagy pedig $n = 10$ és ekkor $2^n + 65 = 33^2$.

Szeidl Ádám (Miskolc, Földes Ferenc Gimn., I. o. t.) megoldása alapján