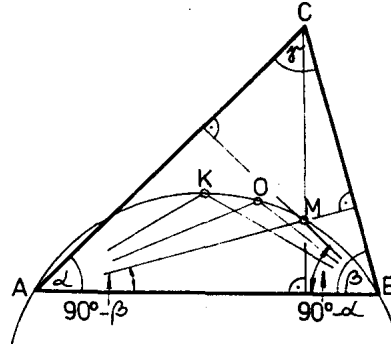


Jelöljük a háromszög szögeit a szokásos módon α , β , γ -val. Az O pont a szögfelezők metszéspontja, ezért

$$\angle AOB = 180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right) = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}.$$

Az $\angle AKB$ a körülírt körben az AB húrhoz tartozó középponti szög, ezért kétszerese az ugyanehhez a húrhoz tartozó kerületi szögnek: $\angle AKB = 2\gamma$. Az $\angle AMB$ szög meghatározásánál három esetet kell megkülönböztetnünk:

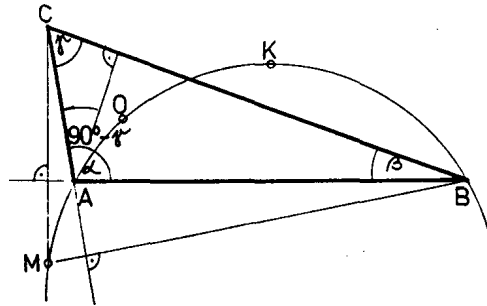
1. $\alpha < 90^\circ$ és $\beta < 90^\circ$. Ekkor $\angle AMB = 180^\circ - ((90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta)) = 180^\circ - \gamma$ (1. ábra).



1. ábra

2. $\alpha = 90^\circ$ vagy $\beta = 90^\circ$. Ekkor a háromszög derékszögű, M egybeesik az A vagy a B csúccsal.

3. α és β egyike tompaszög. Ekkor $\angle AMB = 180^\circ - ((90^\circ - \gamma) + 90^\circ) = \gamma$ (2. ábra).



2. ábra

Állításunk bizonyítását is három esetre kell bontanunk a fentieknek megfelelően.

Az 1. esetben az O és az M pontok az AB egyenesnek ugyanazon az oldalán – a háromszög C csúcsát tartalmazó oldalán – helyezkednek el, ezért

$$90^\circ + \frac{\gamma}{2} = \angle AOB = \angle AMB = 180^\circ - \gamma,$$

vagyis $\gamma = 60^\circ$. Így $\angle AKB = 120^\circ$, tehát $\angle AKB = \angle AOB$, és K is az AB egyenesnek O -val megegyező oldalán helyezkedik el – az ABC háromszög hegyesszögű – vagyis K rajta van az $ABOM$ körön.

A 2. esetben az A , B , O , M pontok mindig egy körön vannak, a K pont pedig csak akkor van rajta ezen a körön, ha $90^\circ + \frac{\gamma}{2} = \angle AOB = \angle AKB = 2\gamma$, vagyis ha $\gamma = 60^\circ$. Állításunk tehát ebben az esetben is igaz, és a háromszög szögei 90° , 60° , 30° .

A 3. esetben az O és az M pontok az AB egyenesnek két különböző oldalán helyezkednek el, ezért $\angle AOB + \angle AMB = 90^\circ + \frac{\gamma}{2} + \gamma = 180^\circ$, vagyis $\gamma = 60^\circ$. Ebben az esetben K az AB egyenesnek O -val megegyező oldalán van és $\angle AKB = 120^\circ = \angle AOB$, ezért K valóban rajta van az $ABOM$ körön.

Horváth István (Fonyód, Magyar B. Ált. Isk. 8. o. t.) dolgozata alapján