

Az ismert *Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij* egyenlőtlenség szerint

$$(1) \quad (a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$$

tetszőleges a, b, c, x, y, z valós számokra, és (1)-ben pontosan akkor van egyenlőség, ha létezik olyan λ valós szám, hogy

$$a = \lambda x, \quad b = \lambda y \quad \text{és} \quad c = \lambda z.$$

Vegyük észre, hogy a feladat feltételei szerint most (1)-ben egyenlőség van: $ax + by + cz$ értéke 30, éppen a mértani közepe $a^2 + b^2 + c^2$ és $x^2 + y^2 + z^2$ adott értékeinek, a 25-nek és a 36-nak. Így az egyenlőség feltételét használva

$$a^2 + b^2 + c^2 = \lambda^2(x^2 + y^2 + z^2),$$

ahonnan

$$\lambda^2 = 25/36, \quad \text{tehát} \quad |\lambda| = \frac{5}{6}.$$

Tudjuk másfelől, hogy

$$30 = ax + by + cz = \lambda(x^2 + y^2 + z^2),$$

ezért λ pozitív, azaz $\lambda = 5/6$.

A vizsgált hányados értéke ekkor

$$\frac{a + b + c}{x + y + z} = \frac{\lambda(x + y + z)}{x + y + z} = \lambda,$$

tehát a keresett érték $5/6$.

Megjegyzés. Nyilván léteznek a megadott feltételeknek eleget tevő valós számok, például $a = 5$, $b = c = 0$; $x = 6$; $y = z = 0$.