

Megoldás. Ismeretes, hogy egy tízes számrendszerben felírt szám ugyanolyan maradékot ad 9-cel osztva, mint a számjegyeinek az összege. Így az első lépés után – amikor A -ból levonjuk a jegyeinek összegét – 9-cel osztható számot kapunk. Mivel ettől kezdve minden egyes lépésben 9 egy pozitív többszörösével csökkentünk egy 9-cel osztható számot, a további számok már valamennyien oszthatók 9-cel.

Vegyük szemügyre a 9-nek a 100-nál kisebb többszörőseit. Ezek legnagyobbikában, a 99-ben 18 a jegyek összege, a továbbiakban pedig 9. Tekintsük most a feladatban leírt számhalmaz első 100-nál kisebb elemét. Ilyen van, hiszen minden egyes lépésben legalább 9-cel csökken a szám. Ez nyilván nagyobb lesz 63-nál, hiszen a legkisebb olyan 9-cel osztható szám, amelyet 63-hoz adva legalább 100-at kapunk, a 36, egy háromjegyű szám jegyeinek az összege viszont legfeljebb 27.

Ha most ez a legkisebb, 100-nál kisebb szám a 99, akkor ezután 72, majd 63 következik, ha pedig 99-nél kisebb – de, mint láttuk nagyobb 63-nál, akkor ezután „9-esével haladunk lefelé”, és így feltétlenül eljutunk 63-ig.

Papp Zsombor (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium, II. o. t.)

Megjegyzés. Gyorsabban érünk célra, ha meggondoljuk, hogy a 999-nél kisebb, 9-cel osztható számok jegyeinek összege legfeljebb 18. Így bármely két, 100-nál kisebb, szomszédos, 9-cel osztható szám közül legalább az egyik szerepel a sorozatban. Így van ez a 72 és a 63 számokkal is. Ha a 63 szerepel, készen vagyunk, ha pedig a 72, akkor a következő lépésben megkapjuk a 63-at.