

Megoldás. Ismeretes, hogy egy tört tizedestört alakja pontosan akkor véges, ha egyszerűsített alakjában a nevező prímtényezői felbontásában csak a 2 és az 5 szerepel. Ha n egy megfelelő pozitív egész, akkor mivel n és $n-1$ relatív prímelek, ezért $n-1 = 2^u \cdot 5^v$. Az n és az $n-2$ számok legnagyobb közös osztója 1 vagy 2 lévén, $n-2 = 2^p \cdot 5^q$. Azonban $n-1$ és $n-2$ is relatív prímelek, tehát (n paritásától függően) vagy $n-1 = 2^u$ és $n-2 = 5^q$, vagy pedig $n-1 = 5^v$ és $n-2 = 2^p$.

Ha $n \leq 5$, akkor a fentiekből $n = 3$, vagy $n = 2$ adódik, és mindkettő megoldása a feladatnak. Ha $n > 5$, akkor $n-1$, ill. $n-2$ valódi hatványai az 5-nek; így $n-3$ biztosan nem osztható 5-tel, másfelől n és $n-3$ egyaránt oszthatók 3-mal, emiatt csak $n-3 = 3 \cdot 2^a$ lehetséges.

A második esetben (ha n páros) $n-3$ páratlan, így $2^a = 1$, azaz $n-3 = 3$, tehát $n = 6$, ami valóban megoldás.

Ha n páratlan, akkor $n-1 = 2^u$ és $n-3 = 3 \cdot 2^a$ miatt

$$2(2^{u-1} - 1) = 2^u - 2 = 3 \cdot 2^a,$$

tehát $a = 1$, azaz $n = 9$. Ekkor azonban $9/7$ tizedestört alakja nem véges. (Valójában ez az egyetlen kivétel.)

Ezzel a feladatot megoldottuk, a keresett számok: 2, 3 és 6.

Csikai Szabolcs (Kecskemét, Katona J. Gimn., I. o. t.)

Megjegyzés. A kérdéses n számok felkutatásában (a nála kisebb számok közül) elég volt elmenni $(n-3)$ vizsgálatáig. Csak az így szóba jött n -ek lehetnek megoldások. Ezekre aztán az $n-4$, $n-5$, ... számokat már csak ellenőrizni kellett. Ilyen volt $n = 9$ kiesése $n-2 = 7$ miatt.