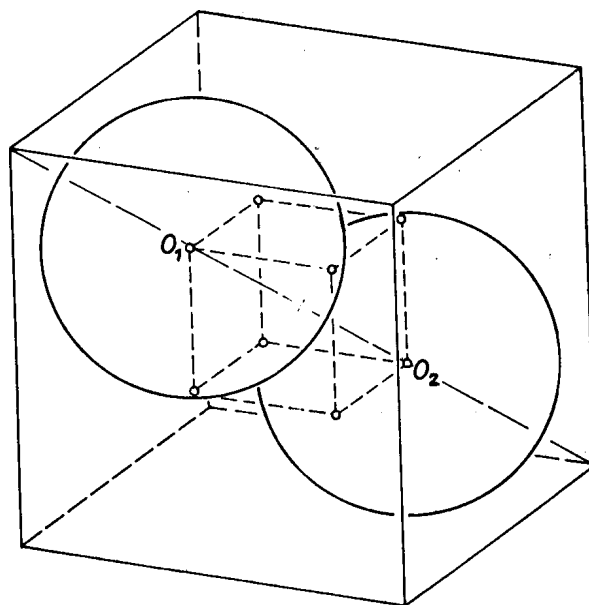


Megoldás. Tekintsük a feladatban keresett minimális élű kockát. Ennek élhossza nagyobb, mint 2 egység, mivel egy egységsugarú gömb köré írt kocka élhossza éppen ennyi. Ezért a minimális élű kocka belsejében létezik egy kis kocka, amelyet azok a síkok határolnak, amelyek a nagy kocka lapjaitól 1 egység távolságra vannak, és ezeket a lapsíkokat elválasztják a kocka középpontjától.



Egy egységsugarú gömb pontosan akkor nem lóg ki a nagy kockából, ha középpontja a kis kocka belsejében vagy határán van. Másrészt a két gömbnek nincs közös belső pontja, ezért középpontjuk távolsága legalább 2 egység. Tehát a kis kockának van két pontja, amelyek távolsága legalább 2 egység. Egy kocka pontjai közül egymástól legtávolabb egy testátló két végpontja van, így módon a kis kocka testátlója legalább 2 egység, vagyis éle legalább $2/\sqrt{3}$ egység. Ennél a nagy kocka éle pontosan 2 egységgel nagyobb, így az legalább $2 + 2/\sqrt{3}$ egység.

Egy $2 + 2/\sqrt{3}$ élű kockában már elhelyezhető a feltételeknek megfelelő két gömb úgy, hogy középpontjuk egy testátlóra illeszkedik, a kocka középpontjától $1 - 1$ egységnyi távolságra.

Faragó Gergely (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.) dolgozata alapján