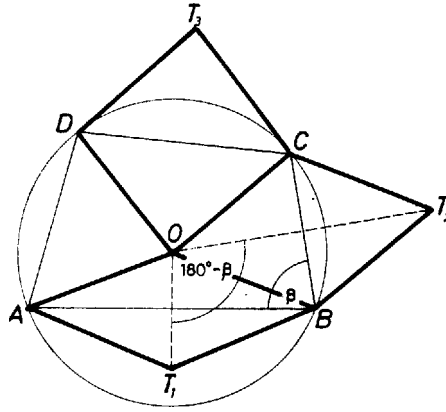


Tekintsük a feladatot megoldottnak. Jelöljük a húrnégyszög köré írt kör középpontját O -val, O -nak az oldalakra vonatkozó tükröképeit rendre T_1 , T_2 , T_3 -mal, a húrnégyszög B -nél lévő szögét pedig β -val (1. ábra).

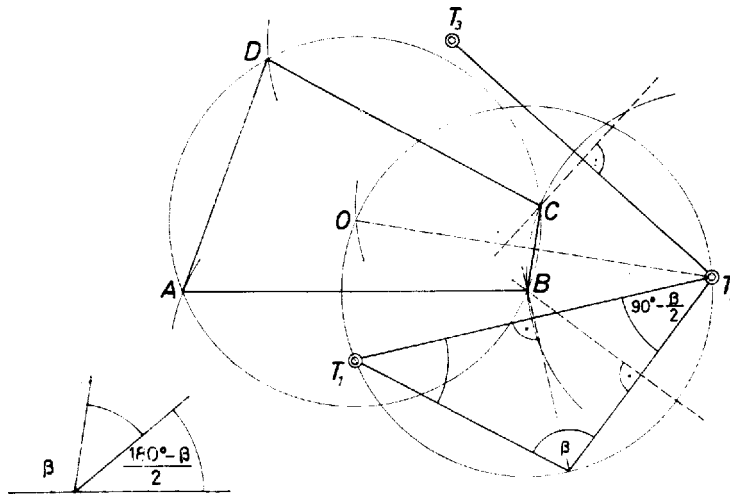


1. ábra

A tükrözések miatt $T_1B = OB = T_2B$ és $T_2C = OC = T_3C$. Ezért C rajta van a T_2T_3 szakasz felező merőlegesén, B pedig a T_1T_2 szakasz felező merőlegesén. Másrészt a T_1O és a T_2O szakaszok merőlegesek a húrnégyszög megfelelő oldalaira, ezért $T_1OT_2 = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - \beta$, tehát a B pont éppen a T_1T_2 szakasz – egyik – $(180^\circ - \beta)$ szögű látókörének középpontja. Ezeket felhasználva, $OB = OC$ figyelembevételével a szerkesztést a következőképpen végezhetjük el:

Megszerkesztjük a T_1T_2 szakasz $(180^\circ - \beta)$ szögű látókörét, ennek középpontja B . A T_2 középpontú, T_2B sugarú kör és a T_2T_3 szakasz felező merőlegesének a metszéspontja C , a T_2 pont BC -re vonatkozó tükröképe O . Ezután a B pontot OT_1 -re, a C pontot pedig OT_3 -ra tükrözzük, így kapjuk az A és a D pontokat.

A kapott $ABCD$ négyszög valóban húrnégyszög, mivel a szerkesztésből következik, hogy $OA = OB = OC = OD$. Az ABC szög viszont csak akkor egyenlő β -val, ha O és B a T_1T_2 egyenes különböző oldalain helyezkedik el. (Ellenkező esetben $\angle ABC = 180^\circ - \beta$.) Tehát a T_1T_2 szakasz két $(180^\circ - \beta)$ szögű látókörének középpontja közül csak az egyik – amelyik T_1T_2 -nek T_3 -mal ellentétes oldalán helyezkedik el – ad jó megoldást. Ezért a megoldások száma 2, 1 vagy 0 attól függően, hogy a T_2 középpontú, T_2B sugarú körnek és a T_3T_2 szakasz felező merőlegesének hány közös pontja van (2. ábra).



2. ábra