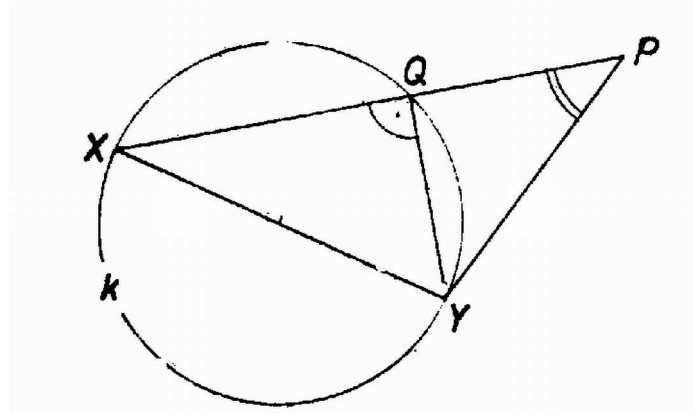


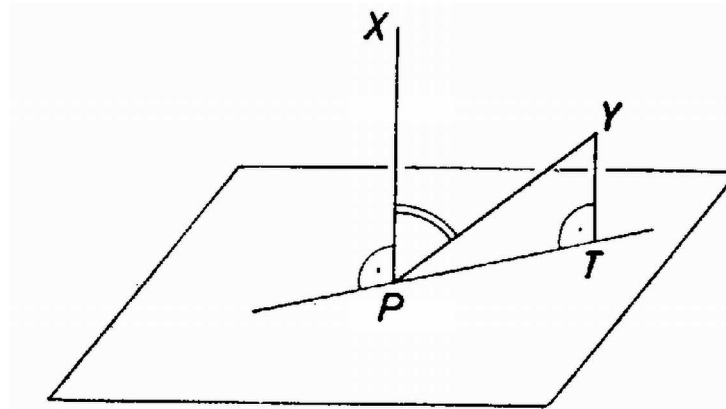
A bizonyításhoz két, igen könnyen belátható észrevételt bocsátunk előre:

(i) Ha a P pont az XY átmérőjű gömbön kívül helyezkedik el, akkor $XPY < 90^\circ$ (1. ábra).



1. ábra

(ii) Ha $XPY < 90^\circ$, akkor az X és Y pontok az XP szakaszra merőleges, P -n átmenő síknak ugyanazon az oldalán helyezkednek el (2. ábra).



2. ábra

A fentiek birtokában az állítást a következőképpen igazolhatjuk: Tegyük fel, hogy az $ABCD$ tetraédernek van egy olyan P pontja, amely a három gömb mindegyikén kívül helyezkedik el. Ekkor (i) miatt az APB , APC , APD szögek mindegyike kisebb, mint 90° . Állítsunk AP -re P -ben merőleges síkot, (ii) miatt az A , B , C , D pontok mindegyike ennek a (P -n átmenő) síknak ugyanazon az oldalán helyezkedik el. Így azonban P nem lehet az $ABCD$ tetraéder pontja. Tehát a három gömb egyesítése tartalmazza a tetraédert.

Risbjerg Anna (Bp., Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)
dolgozata alapján